

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO
SUCKOW DA FONSECA – CEFET/RJ**

**Sistema de Geração de Energia Limpa com
Dois Graus de Liberdade utilizando
Piezomagnetoelasticidade**

Caroline Vaz Carneiro
Paula Dias Lopes Santiago

Orientadora: Luciana Loureiro da Silva Monteiro

**Rio de Janeiro
Junho de 2019**

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO
SUCKOW DA FONSECA – CEFET/RJ**

Sistema de Geração de Energia Limpa com Dois Graus de Liberdade utilizando Piezomagnetoelasticidade

Caroline Vaz Carneiro
Paula Dias Lopes Santiago

Projeto final apresentado em cumprimento às normas
do Departamento de Educação Superior do CEFET/RJ, como
parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel
em Engenharia Mecânica.

Orientadora: Luciana Loureiro da Silva Monteiro

**Rio de Janeiro
Junho de 2019**

CEFET/RJ – Sistema de Bibliotecas / Biblioteca Central

- C289 Carneiro, Caroline Vaz
Sistema de geração de energia limpa com dois graus de liberdade utilizando piezomagnetoelasticidade / Caroline Vaz Carneiro, Paula Dias Lopes Santiago.—2019.
64f. : il. (algumas color.) , grafs. , tabs. ; enc.
- Projeto Final (Graduação) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca , 2019.
Bibliografia : f. 62-64
Orientadora : Luciana Loureiro da Silva Monteiro
1. Engenharia mecânica. 2. Energia. 3. Energia - Fontes alternativas. I. Santiago, Paula Dias Lopes. II. Monteiro, Luciana Loureiro da Silva (Orient.). III. Título.

CDD 620.1

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à instituição CEFET/RJ por possibilitar o ensino de forma gratuita e pelos bons momentos proporcionados no decorrer deste curso.

À professora Luciana Loureiro por todo suporte, orientação e pela paciência em esclarecer as dúvidas mais triviais acreditando nos nossos potenciais.

À Deus por sempre nos ajudar em todas as etapas das nossas vidas sendo nossa esperança em mediante aos momentos de dificuldade.

Por fim agradecemos aos nossos pais, familiares, amigos e companheiros que nos apoiaram e custearam para que pudéssemos realizar este curso e trabalho.

RESUMO

O conceito *Energy Harvesting* baseia-se na captação de vibrações utilizando elementos piezelétricos e tem como ideia central a conversão de energia de vibração disponível no ambiente em energia elétrica para uso conveniente. O desempenho de sistemas lineares é usualmente limitado a uma pequena faixa de frequência, um aspecto que pode ser explorado para melhorar o desempenho de sistemas de colheita de energia é o número de graus de liberdade. O aumento do número de graus de liberdade aumenta as regiões de ressonância, definindo novas regiões de funcionamento eficiente dos dispositivos de colheita de energia.

Este trabalho investiga os efeitos da incorporação de múltiplos graus de liberdade no sistema de colheita de energia, investigando um sistema de colheita de energia com dois graus de liberdade com não-linearidades mecânicas do tipo *Duffing*.

Palavras-chave: *Energy Harvesting*, Sistemas não-lineares, Materiais Piezomagnetoelásticos.

ABSTRACT

The Energy Harvesting method is based on the uptake of vibrations using piezoelectric elements and has as its central idea the conversion of vibration energy available in the environment into electrical energy for convenient use. The performance of linear systems is usually limited to a small frequency range, an aspect that can be explored to improve the performance of energy harvesting systems is the number of degrees of freedom. The increase in the number of degrees of freedom raises the resonance regions by defining new regions of efficient operation of the energy harvesting devices.

This work investigates the effects of the incorporation of multiple degrees of freedom in the energy Harvest system, investigating a system of energy harvest with two degrees of freedom with mechanical non-linearities of the type *Duffing*.

Key words: Energy harvest, non-linear systems, Piezomagnetoelastic materials.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	7
LISTA DE TABELAS	9
LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIACÕES	10
Capítulo 1	13
1. Introdução	13
1.1. Motivação.....	13
1.2. Objetivo	15
1.3. Organização do Trabalho	16
Capítulo 2	17
2. Revisão Bibliográfica	17
Capítulo 3	26
3. Embasamento teórico	26
3.1. A Piezeletricidade.....	26
3.2. Os Osciladores do Tipo <i>Duffing</i>	30
Capítulo 4	33
4. Modelo Matemático.....	33
Capítulo 5	36
5. Validação Numérica	36
Capítulo 6	41
6. Adimensionalização.....	41
Capítulo 7	44
7. Resultados.....	44
Capítulo 8	60
8. Conclusões.....	60
Capítulo 9	62
9. Referências Bibliográficas.....	62

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1 Densidade de energia de atuação de Materiais Inteligentes (Lagoudas, 2008).	14
Figura 1-2 Frequência de atuação de Materiais Inteligentes (Lagoudas, 2008).....	14
Figura 2-1 Diagrama Esquemático de um sistema massa-mola-amortecedor (C.B. Williams & R.B. Yates 1996).	17
Figura 2-2 Funcionamento de um transdutor (Xu & Tang, 2015).	18
Figura 2-3 Sistema Esquemático do sistema de colheita de energia de dois graus de liberdade proposto (Kim et al 2011).....	20
Figura 2-4 Gráfico comparativo entre um sistema convencional simples e de dois graus de liberdade (Kim et al 2011).....	20
Figura 2-5- Arranjo esquemático da configuração de sistemas biestável e tetraestável (Zhou et al., 2011).....	23
Figura 2-6 Modelo esquemático (Wu et al, 2012).....	24
Figura 2-7 Arranjo esquemático (Wang & Tang, 2017).	24
Figura 3-1 Célula unitária de Perovskita - Titanato Zirconato de Chumbo (Siqueira et al 2018).	26
Figura 3-2 Orientação dos eixos de um material piezelétrico (Siqueira et al 2018).	27
Figura 3-3 Modos de orientação de um material piezelétrico (Silva et al., 2013).....	27
Figura 3-4 Curva e histerese entre o campo elétrico e deslocamento elétrico (Santos, 2005).	28
Figura 3-5- Modo 31 para uma viga fina (Esquerda) e Modo 33 para uma barra fina (Direita). (Adaptado de Priya & Inman, 2009).....	29
Figura 1-6- Relação Força x deslocamento para diferentes valores de β e α	30
Figura 3-7 Energia Potencial para diferentes valores de β e α	31
Figura 3-8 Ilustração de uma seção de Poincaré (Medeiros, 2010).....	322
Figura 4-1 Desenho esquemático do modelo utilizado.	33
Figura 4-2 Diagrama de corpo livre para as massas magnéticas do sistema.....	34
Figura 5-1 Análise de convergência para as frequências 28 Hz e 44 Hz.	36
Figura 5-2 Comparação teórica da Tensão Elétrica RMS com o modelo implementado.	37
Figura 5-3 Comparação teórica da Tensão Elétrica RMS com o Modelo Numérico para $M2 = 1,565g, 1,965g$ e $2,465g$	38
Figura 5-4 Gráfico comparativo teórico do efeito da alteração da massa $M2$	39
Figura 5-5 Potência de saída do sistema linear monoestável.	39

Figura 5-6 Evolução temporal do deslocamento para as frequências de 28Hz e 35 Hz.....	40
Figura 5-7 Espaço de fase para as frequências de 28Hz e 35 Hz	40
Figura 7-1 Deslocamentos x frequência – Oscilador 1.....	44
Figura 7-2 Deslocamento x frequência – Oscilador 2	44
Figura 7-3 Potências de saída x frequência – Oscilador 1.....	46
Figura 7-4 Potências de saída x frequência – Oscilador 2.....	47
Figura 7-5 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a)0,05, b) 0,15, c) 0,40 - 1L2L, Oscilador 1.	50
Figura 7-6 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a)0,05, b) 0,15, c) 0,40 - 1L2NL, Oscilador 1.	51
Figura 7-7 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a)0,05, b) 0,15, c) 0,40 – 1NL2L, Oscilador 1.....	52
Figura 7-8 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a)0,05, b) 0,15, c) 0,40 - 1NL2NL, Oscilador 1.....	53
Figura 7-9 Seções de Poincaré para a) 1L2NL $\gamma=0,40$ b) 1NL2NL $\gamma=0,15$ - Oscilador 1.....	54
Figura 7-10 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a)0,05, b) 0,15, c) 0,40 – 1L2L, Oscilador 2.....	55
Figura 7-11 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a)0,05, b) 0,15, c) 0,40 – 1L2NL, Oscilador 2.....	56
Figura 7-12 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a)0,05, b) 0,15, c) 0,40 – 1NL2L, Oscilador 2.....	57
Figura 7-13 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a)0,05, b) 0,15, c) 0,40 – 1NL2NL, Oscilador 2.....	58
Figura 7-14 Seções de Poincaré para a) 1L2NL $\gamma = 0,40$ b) 1NL2NL $\gamma = 0,15$ - Oscilador 2.	59

LISTA DE TABELAS

Tabela 4-1 Parâmetros descritos utilizados no modelo 2GDL.....	35
Tabela 6-1 Constantes de adimensionalização.....	42

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIACÕES

α – Constante de não linearidade de *Duffing*

$\bar{\alpha}_i$ – Constante de não linearidade de *Duffing* adimensionalizada para cada oscilador

β – Constante de linearidade de *Duffing*

$\bar{\beta}_i$ – Constante de linearidade de *Duffing* adimensionalizada para cada oscilador

ϕ_i – Constante adimensionalizada relativa ao Coeficiente de Conversão eletromecânica piezoelétrica e Tensão Elétrica de referência

μ – Relação entre as massas M_1 e M_2 dos osciladores

ρ_i – Constante adimensionalizada relativa a Resistência gerada pelo efeito piezoeletrico e Capacitância gerada pelo efeito piezoeletrico

$\bar{\lambda}_i$ – Constante adimensionalizada relativa a Coeficiente de Conversão eletromecânica piezoelétrica e Tensão Elétrica de referência

γ – Amplitude de forçamento

$\hat{\Theta}_i$ – Coeficiente de Conversão eletromecânica piezoelétrica do oscilador

ω – Frequência angular

$\bar{\omega}_i$ – Frequência adimensionalizada

b_i – Constante de Amortecimento viscoso do oscilador

\bar{b}_i – Coeficiente de amortecimento adimensionalizada para cada oscilador

C_i – Capacitância gerada pelo efeito piezoeletrico no oscilador

d_{mi} – Tensor constante piezoeletrica

D_i – Tensor deslocamento elétrico

ε_{mk}^T – Tensor permissividade elétrica, coletados em um campo elétrico constante

E_k – Tensor campo elétrico aplicado

F – Forçamento imposto ao sistema de geração de energia]

GDL – Graus de Liberdade

h – Incremento de tempo

i_i – Corrente elétrica gerada pelo efeito piezelétrico no oscilador

K_i – Coeficiente não linear elástico da mola ligada ao oscilador

L – Deslocamento de referência

m – Massa genérica

M_i – Massa do oscilador

NT – Número de pontos de integração por período

$P_{out}^{(i)}$ – Potência de saída elétrica média RMS para cada oscilador

R_i – Resistência elétrica

s_{ij}^E – Tensor deformação elástica genérico, coletados em um campo de tensão nulo ou constante

S_{ij} – Tensor deformação total

T_{ij} – Tensor tensão

u_0 – Deslocamento de excitação de base

\dot{u}_0 – Velocidade de excitação de base

u_i – Deslocamento do oscilador

\dot{u}_i – Velocidade de deslocamento do oscilador 1

\ddot{u}_i – Aceleração do oscilador

τ – Tempo adimensionalizado

T – Tempo

$U(x)$ – Energia potencial fornecida pelo sistema

\hat{V} – Tensão Elétrica de referência

v_i – Tensão elétrica adimensionalizada

V_i – Tensão elétrica fornecida pelo oscilador

x_i – Deslocamento adimensionalizado

x'_i – Velocidade adimensionalizada

x''_i – Aceleração adimensionalizada

1L2L – Simulação caso 1, com ambos os osciladores lineares;

1L2NL – Simulação caso 2, oscilador 1 linear e oscilador 2 não linear;

1NL2L – Simulação caso 3, oscilador 1 não linear e oscilador 2 linear;

1NL2NL – Simulação caso 4, ambos os osciladores não lineares.

Capítulo 1

1. Introdução

1.1. Motivação

A humanidade busca, desde a antiguidade, maneiras de possibilitar o armazenamento de energia em forma de calor e vibrações. Devido ao grande avanço da sociedade, criou-se uma necessidade de busca por novas fontes de energia.

O conceito *Energy Harvesting* consiste em converter energia de fontes renováveis em energia elétrica, e esta energia pode posteriormente ser aproveitada em diversos dispositivos de baixa potência. A Colheita de energia (*Energy Harvesting*) é o processo pelo qual a energia elétrica pode ser derivada de fontes externas, como energia solar, energia térmica, energia eólica, energia cinética e energia vibracional.

Neste contexto, os materiais piezelétricos são extremamente estudados para conversão de energia proveniente de vibrações em energia elétrica, devido ao acoplamento eletromecânico que estes materiais apresentam. (Lagoudas, 2008)

O uso do princípio de colheita de energia tem se mostrado favorável principalmente devido à possibilidade de substituição de combustíveis fósseis, já que ocasiona na redução do impacto ambiental e, assim, assegurando a sustentabilidade ambiental.

Diante desse cenário, houve um aumento do uso de materiais inteligentes em projetos mecânicos. Esse tipo de material possui capacidade adaptativa, modificando suas formas e/ou propriedades físicas de acordo com o estímulo que lhe é oferecido, que pode ser campo elétrico, magnético, temperatura ou carregamentos mecânicos, dependendo do tipo de acoplamento que o material apresenta.

Segundo Lagoudas (2008), os materiais inteligentes mais utilizados são os materiais piezelétricos, as ligas e polímeros com memória de forma (*Shape Memory Alloys*, SMAs, e *Shape Memory Polymers*, SMPs), as ligas magnéticas com memória de forma (*Magnetic Shape Memory Alloys*, MSMA), os materiais magnetostrictivos e os fluidos eletro-magneto reológicos.

Os principais fatores que influenciam na utilização dos materiais inteligentes como atuadores são a faixa de frequência e a densidade de energia de atuação. Dependendo da aplicação é possível fazer a escolha do melhor material que atenda as exigências do projeto. (Lagoudas, 2008).

A densidade de energia de atuação é dada pelo produto da tensão pela deformação de atuação. Na Figura 1-1 abaixo, pode-se observar que os diferentes tipos de materiais inteligentes possuem diferentes valores de densidade de energia. (Lagoudas, 2008)

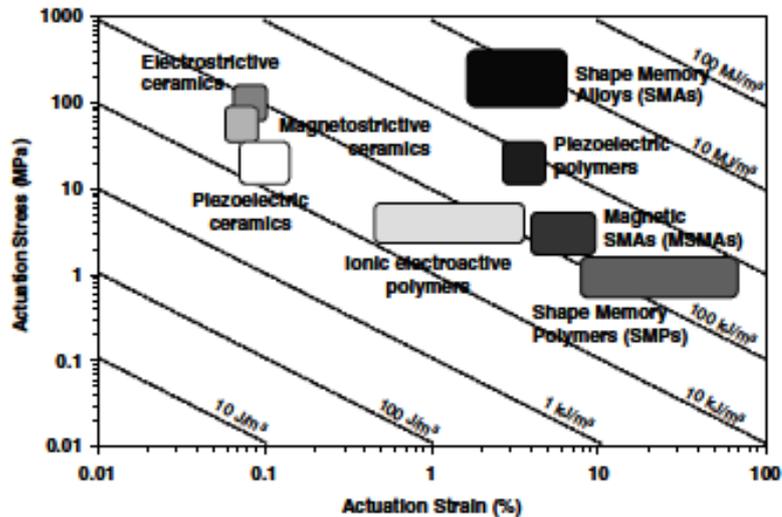


Figura 1-1 Densidade de energia de atuação de Materiais Inteligentes (Lagoudas, 2008).

Os materiais inteligentes possuem diferentes faixas de frequência de atuação conforme pode ser observado na Figura 1-2. Os materiais piezelétricos possuem altos valores de frequência de atuação por isso são considerados propícios para serem aplicados como atuadores, sensores, dispositivos de controle, absorvedores de choque e vibração e em geradores de energia limpa. (Lagoudas, 2008).

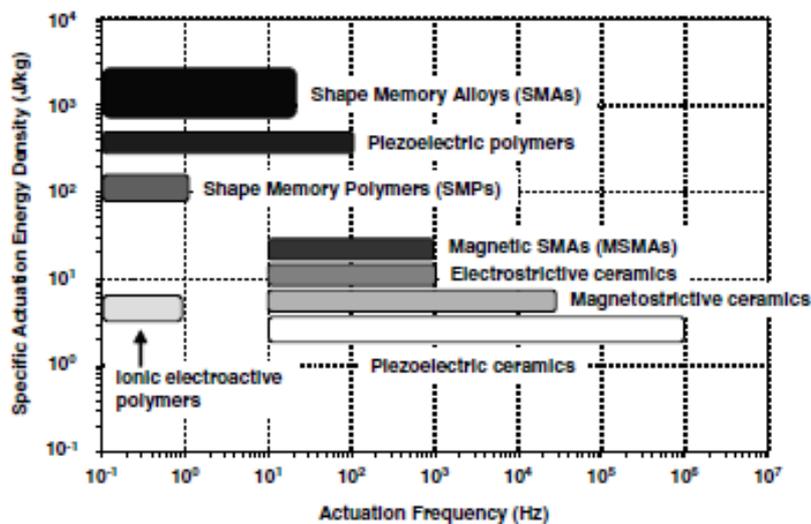


Figura 1-2 Frequência de atuação de Materiais Inteligentes (Lagoudas, 2008).

Os materiais piezelétricos têm se mostrado promissores para os avanços tecnológicos em diversas áreas da engenharia, principalmente para o desenvolvimento de sensores e atuadores, o que é possível devido à característica de piezeletricidade que esses materiais possuem.

Ademais, a captura e conversão da energia vibracional em elétrica através de materiais piezelétricos tornou-se uma área propícia a investimentos para pesquisa e desenvolvimento tecnológico e está em constante busca por sistemas que possam converter energia em uma ampla faixa de frequência de excitação.

Desta forma, o grande desafio atual é melhorar o projeto e otimizar o desempenho dos dispositivos de colheita de energia, o que tem motivado diversas pesquisas. Os dispositivos de geração de energia que trabalham no regime linear possuem baixa eficiência fora da frequência de ressonância, sendo conhecidos como dispositivos de banda estreita. A introdução de mais graus de liberdade e inclusão de efeitos não lineares são pontos de grande destaque no sentido de melhorar o desempenho dos sistemas de colheita de energia. (De Marqui, et al. 2013; Erturk et al, 2009).

Neste contexto, deve-se observar que as pesquisas no tema se inserem na área de dinâmica não-linear e de estruturas inteligentes por combinarem aspectos dinâmicos do sistema de colheita de energia com a conversão eletromecânica realizada por elementos piezelétricos

1.2. Objetivo

O presente trabalho visa a realização de um estudo numérico de geradores de energia piezelétricos possuindo dois graus de liberdade sujeito a excitações harmônicas. São explorados os efeitos não lineares na rigidez do tipo *Duffing*. O modelo arquetipo possui dois osciladores mecânicos em que cada um possui um circuito elétrico conectado ao elemento piezelétrico. Simulações numéricas são efetuadas para explorar diferentes características de excitação (amplitude e frequência) e parâmetros do sistema. Estudos incluindo a biestabilidade em um ou em dois osciladores mostraram que o sistema pode apresentar comportamentos dinâmicos bastante ricos, como o surgimento de caos e saltos dinâmicos, evidenciando que em algumas as situações é possível gerar mais energia do que com o uso de sistemas lineares tradicionais. Ferramentas como diagramas de bifurcação, espaço de fase, seções de Poincaré são utilizadas para análises comparativas.

1.3. Organização do Trabalho

O presente trabalho é estruturado em nove capítulos. O primeiro capítulo se refere à justificativa do tema abordado e o objetivo pretendido com este estudo. No segundo capítulo é feita uma revisão bibliográfica com os principais trabalhos publicados sobre materiais piezoelétricos, que exploram diferentes configurações para obter melhores configurações de geração de energia, como o aumento de graus de liberdade nos sistemas e a introdução da não linearidade mecânica.

No terceiro capítulo é feito o embasamento teórico dos conceitos de piezeletricidade e dos osciladores do tipo *Duffing*. O quarto capítulo, apresenta a modelagem matemática do sistema de colheita de energia. São mostradas as equações constitutivas dos materiais piezoelétricos e, em seguida, apresentam-se as equações de movimento do modelo arquetipo de colheita de energia.

No quinto capítulo é feita a validação numérica do código implementado. São discutidos os métodos numéricos utilizados e é analisada a dinâmica linear do sistema. De forma a estudar a não linearidade mecânica, no sexto capítulo é feita a adimensionalização das equações apresentadas no capítulo quatro e são mostrados os casos, com seus respectivos parâmetros que serão simulados.

No sétimo capítulo são mostrados os resultados das simulações numéricas. A característica utilizada para comparar as diferentes configurações do sistema, a fim de avaliar a melhor configuração para se obter energia, é a potência de saída. São utilizados diagramas de bifurcação, espaços de fase e seções de Poincaré. Também é abordada a influência da amplitude de forçamento com a evolução temporal do deslocamento para diferentes valores de γ .

Por fim no oitavo capítulo são apresentadas as principais conclusões dos resultados apresentados.

Capítulo 2

2. Revisão Bibliográfica

Neste capítulo, é apresentada uma revisão bibliográfica sobre a geração de energia através de sistemas lineares e não-lineares com um ou mais graus de liberdade.

As pesquisas utilizando os métodos de transdução de vibração mecânica para eletricidade através de materiais piezelétricos vêm aumentando devido à alta potência e tensão elétrica produzidas, conforme proposto por Zhiyong Zhou *et al.* (2016). *Energy Harvesting*, de acordo Wang & Tang. (2017), é um método para gerar energia elétrica a partir de fontes de energia externas, como energia solar, térmica, eólica, vibração, energia de radiofrequência (RF), calor do corpo humano e movimentos humanos.

O efeito piezelétrico foi descoberto por Jacques e Pierre Currie em 1880 ao notarem que cristais como Turmalina, Quartzo e Topázio geravam um potencial elétrico ao serem comprimidos. No ano de 1881, Jonas Ferdinand Gabriel Lippmann, através de deduções matemáticas baseadas na Termodinâmica, pressupôs a existência de um efeito inverso. No mesmo período, esse efeito foi comprovado pelos irmãos Curie. Foi demonstrado, então, que os cristais piezelétricos podem se deformar ao serem submetidos a um campo elétrico.

A ideia de conversão de vibração em energia, conforme mostrada na Figura 2-1, foi apresentada pela primeira vez por C.B. Williams & R.B. Yates (1996), enquanto analisavam opções para substituir baterias com uma fonte de energia que gerasse eletricidade a partir de energia mecânica.

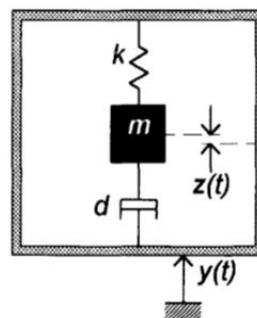


Figura 2-1 Diagrama Esquemático de um sistema massa-mola-amortecedor (C.B. Williams & R.B. Yates 1996).

Apresentaram, então, como proposta o uso de mecanismos de transdução piezométrica, eletromagnética e eletrostática, porém apenas o caso eletromagnético foi avaliado.

Umeda *et al* (1997) e Umeda *et al* (1998) abordaram a utilização da transdução piezométrica. No primeiro, o sistema de geração e armazenamento de energia conta com uma massa de prova de aço que sofre queda a uma determinada altura sob um oscilador piezométrico. O dispositivo elétrico acoplado ao oscilador está conectado a um capacitor em uma ponte-retificadora. Foram utilizadas diferentes baterias de corrente contínua e baixa voltagem. A máxima eficiência conseguida pelo sistema foi de 35% da voltagem inicial, não sofrendo grandes alterações de eficiência e carga com a alteração do tipo de bateria utilizada, característica comum a diversos tipos baterias reais.

Já em 1998, foi utilizado um novo sistema de geração que contava com uma fonte de alimentação de corrente alternada aplicada ao transdutor piezométrico até que a velocidade de vibração alcance amplitudes de vibração elevadas. Utilizou-se de um sistema elétrico transiente, para evitar a influência do acréscimo de temperatura. Concluiu-se que, ao trabalhar com correntes alternadas, é gerada uma perda referente à histerese de efeitos piezométricos que pode ser maior ao trabalhar-se com cargas mais elevadas.

Segundo Xu & Tang (2015), os transdutores piezométricos possuem um acoplamento eletromecânico de duas vias já que em uma extremidade está o feixe tipo cantilever com um transdutor piezométrico e na outra uma massa de prova para ajuste da frequência da viga. O esquema de funcionamento de um transdutor piezométrico é ilustrado abaixo, na Figura 2-2.

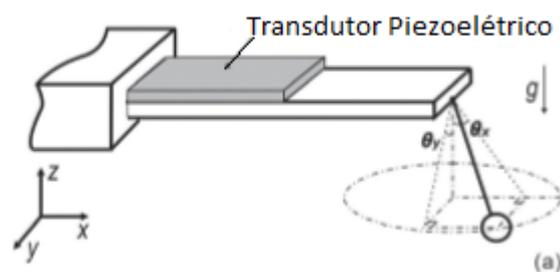


Figura 2-2 Funcionamento de um transdutor (Xu & Tang, 2015).

Segundo Lu *et al.* (2004), os materiais piezométricos são baseados em dois tipos diferentes de efeitos. O primeiro tipo é atuador em que o elemento piezométrico muda sua dimensão quando um campo elétrico é aplicado, a energia elétrica é convertida em energia mecânica. O segundo tipo é chamado sensor quando uma tensão mecânica é aplicada é

produzido um deslocamento elétrico no material que pode ser detectado através da diferença de potencial elétrico.

Conforme proposto por Hao *et al.* (2012), sistemas convencionais, ou de um grau de liberdade funcionam como ressonadores de vibração linear. Esse tipo de sistema consiste da utilização de uma viga com uma massa de prova em sua extremidade livre, no qual o sistema depende primordialmente da frequência de ressonância. Por outro lado, como trabalha-se com a primeira frequência de ressonância, obtêm-se baixos níveis de resposta em operações com sistemas que precisam de largas faixas de trabalho.

O desempenho de sistemas lineares, portanto, é usualmente limitado a uma pequena faixa de frequência. Essas características podem inviabilizar a geração de energia e sua eventual aplicação em ambientes reais.

Em casos práticos, esses sistemas se tornam ineficientes, já que no meio ambiente encontra-se uma ampla variação de frequência. Para reduzir essa limitação, procuram-se sistemas com maior capacidade de geração de energia. Uma das maneiras de provocar o aumento dessa capacidade é através da utilização de múltiplos graus de liberdade e de sistemas não lineares. Diferentes abordagens foram propostas para permitir uma maior eficiência na coleta de energia de vibração em banda larga (Tang et al., 2010).

O aumento do número de graus de liberdade aumenta as regiões de ressonância, definindo novas regiões de funcionamento eficiente dos dispositivos de colheita de energia.

Kim et al. (2011) sugeriram que o aumento da eficiência está ligado a utilização de mais graus de liberdade no sistema. Estabelecendo uma comparação entre os sistemas de um e dois graus de liberdade, Kim *et al* (2011) sugeriu um sistema convencional de dois graus de liberdade suportado por dois conjuntos paralelos de molas e amortecedores, conforme ilustrado na Figura 2-3 a seguir. O modelo utiliza-se de duas frequências naturais distintas, uma massa de prova, duas vigas de aço inoxidável, duas lâminas piezocerâmicas conectadas a cada feixe, que atuam como coletoras de energia e um shaker para fornecer a excitação ao sistema, acionado por um sinal harmônico vindo do gerador.

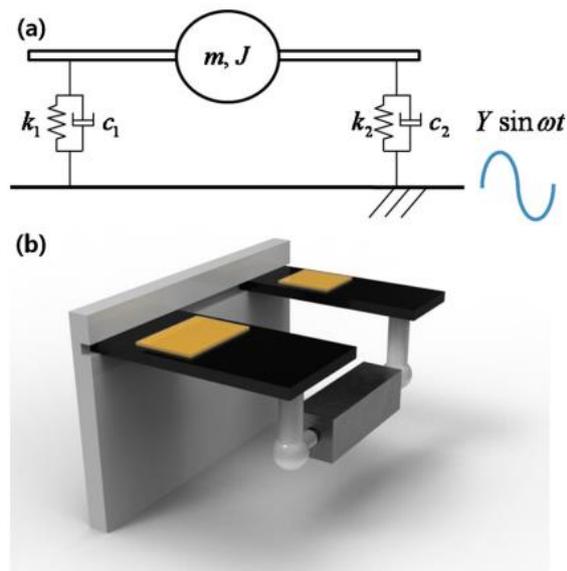


Figura 2-3 Sistema Esquemático do sistema de colheita de energia de dois graus de liberdade proposto (Kim *et al* 2011)

Os resultados foram comparados a um sistema convencional simples, de um grau de liberdade. Conforme mostrado no gráfico da Figura 2-4 abaixo, a tensão elétrica de saída num sistema de dois graus de liberdade é maior que em um sistema convencional simples. Além disso, pode-se perceber a existência de dois picos e o aumento da faixa de trabalho.

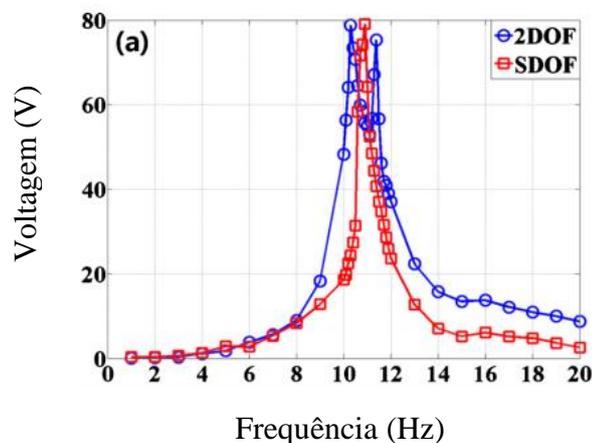


Figura 2-4 Gráfico comparativo entre um sistema convencional simples e de dois graus de liberdade (Kim *et al* 2011).

Segundo Wu *et al* (2012) outras técnicas podem ser utilizadas para aumento da eficiência do sistema piezoeletrico de colheita de energia. Algumas dessas técnicas são: colheita multimodal e ajuste de ressonância.

Um exemplo de colheita multimodal foi abordado por Aldraihem & Baz (2011), que usaram um amplificador dinâmico que tem como função ampliar a tensão experimentada pelo elemento piezoeletrico para amplificar a potência elétrica coletada. O sistema consistia entre uma massa de mola que é colocado entre o elemento piezoeletrico e a base móvel. A teoria que

governa a operação dessa classe de coletores de energia com lupa dinâmica (EHDM) é desenvolvida usando a abordagem de dinâmica Lagrangiana. Os resultados obtidos demonstram a viabilidade do EHDM como um meio simples e eficaz para aumentar a magnitude e as características espectrais dos sistemas de coleta de energia convencionais.

Zhou *et al.* (2011) propuseram também um amplificador dinâmico multimodal, que é capaz de aumentar significativamente a largura de banda e a energia captada da vibração ambiente. O aparato consiste de um feixe intermediário multimodo com uma massa de ponta, chamado de “amplificador dinâmico”, e um “feixe de coleta de energia” com uma massa de ponta. O filme piezolétrico é aderido ao feixe de colheita para colher a energia de vibração. O experimento demonstrou 25,5 vezes mais capacidade de captação de energia do que a colheitadeira tipo *cantilever* convencional na faixa de frequência de 3 a 300 Hz, e 100 a 1000 vezes mais energia ao redor das três primeiras ressonâncias do feixe de colheita.

Já no caso de ajuste de ressonância, foi apresentado por Eichhorn *et al.* (2009) um conversor consiste em uma viga em balanço piezo-polímero com dois braços finos adicionais, usados para aplicar uma pré-carga axial na ponta da viga. O pré-esforço de compressão ou tração aplicado através dos braços leva a um deslocamento da frequência de ressonância do feixe. Experimentos com esta estrutura indicam um aumento potencial: a frequência de ressonância de uma colheitadeira a qual uma pré-carga compressiva foi aplicada poderia ser alterada de 380 Hz para 292 Hz.

Leland & Wright (2006) testaram um absorvedor de energia de vibração de ressonância sintonizável que usa a compressão axial de um bimorfo piezoelétrico para diminuir sua frequência de ressonância. Foi determinado que uma pré-carga axial ajustável a frequência de ressonância de um bimorfo de suporte simples a 24% abaixo de sua frequência de ressonância não carregada. Ao final do experimento, verificou-se que a saída de potência para uma carga resistiva era de 65 a 90% do valor nominal nas frequências e 19 a 24% abaixo da frequência de ressonância descarregada. Foram desenvolvidos protótipos que produziram 300–400 μW de potência em frequências de acionamento entre 200 e 250 Hz. Além disso, os valores do coeficiente de acoplamento piezolétrico foram aumentados usando este método. O amortecimento do dispositivo aumentou 67% abaixo da pré-carga, afetando adversamente a saída de energia em frequências mais baixas.

Também, Roundy & Zhang, (2005), analisaram a viabilidade de sintonizar a frequência de ressonância de geradores baseados em vibração com atuadores de sintonia ativos. Atuadores

de sintonia ativos que devem continuamente fornecer energia para alcançar a mudança de frequência de ressonância, e atuadores de sintonia passivos que fornecem energia inicialmente para sintonizar a frequência, e então são capazes de desligar mantendo a nova frequência de ressonância. Foi mostrado que apenas atuadores que ajustam o amortecimento efetivo resultaram em um aumento líquido na potência de saída, e somente sob a circunstância de que nenhuma potência de atuação é necessária para adicionar amortecimento. O aumento líquido poder ocorre quando a diferença entre as vibrações de condução e a incompatibilidade entre as vibrações de condução da frequência de ressonância do dispositivo é mais do que 5%.

Wu *et al.* (2012) também propuseram que pode-se alcançar uma maior eficiência do sistema piezelétrico de colheita de energia por meio da utilização de sistemas não lineares.

Segundo Savi (2006), os sistemas não-lineares dinâmicos apresentam uma descrição mais realista dos fenômenos naturais do que os sistemas lineares. Os sistemas não lineares podem ser geométricos quando associados ao movimento, deslocamentos e rotações. E as não linearidades físicas são associadas ao comportamento do sistema. Matematicamente são utilizados dois modelos para descrever as não linearidades. O primeiro são equações diferenciais, que são contínuas no espaço e no tempo, um exemplo é o sistema de *Duffing*. E o segundo são mapas que descrevem a evolução no tempo de um sistema expressando seu estado com uma função no instante anterior.

Também Savi (2006), definiu a estabilidade dos sistemas dinâmicos. A estabilidade pode ser entendida como o sistema responde a uma perturbação. Essa característica pode ser classificada de quatro maneiras: metaestável – após um pequena perturbação, o corpo retorna a sua posição inicial, porém, existe uma posição de equilíbrio mais estável, que dependo da intensidade da perturbação o sistema busca atingir esta posição, instável – após a perturbação o corpo não retorna a sua posição inicial assumindo uma posição distante da original, estável o corpo retorna a configuração inicial após a perturbação e “neutro” após a perturbação, o corpo tende a permanecer em sua nova configuração.

Hu *et al.* (2017) propuseram um sistema no qual o modelo mecânico utilizou-se de uma função de rigidez linear parcial para comparar o comportamento de impacto durante as vibrações. Foi feito um estudo analítico para explicar qualitativamente o princípio de funcionamento do movimento dinâmico potencial melhorado e a resposta estendida da frequência. A frequência obtida do sistema confirma o impacto do comportamento não-linear e seus benefícios para o desempenho de banda larga.

Posteriormente, integrou-se ao sistema mecânico um transdutor piezo e foi feito o modelo eletromecânico. O sistema foi novamente avaliado numericamente e comparou-se a tensão de saída desse sistema não linear de dois graus de liberdade com sistemas lineares tradicionais de um e dois graus de liberdade. Com as comparações chegou-se à conclusão que o novo sistema proposto além de gerar maior produção de energia, também exibem uma banda de operação mais ampla.

Zhou et al. (2016) estabeleceram um comparativo entre um sistema gerador biestável e outro tetraestável. O sistema tetraestável requer uma menor energia de excitação para ativar o sistema. A partir dos resultados obtidos pela simulação e pelos experimentos realizados, concluíram que o *haverster* tetraestável possui um limiar menor e uma faixa mais ampla de frequências que o biestável, conforme ilustrado na Figura 2-5 a seguir.

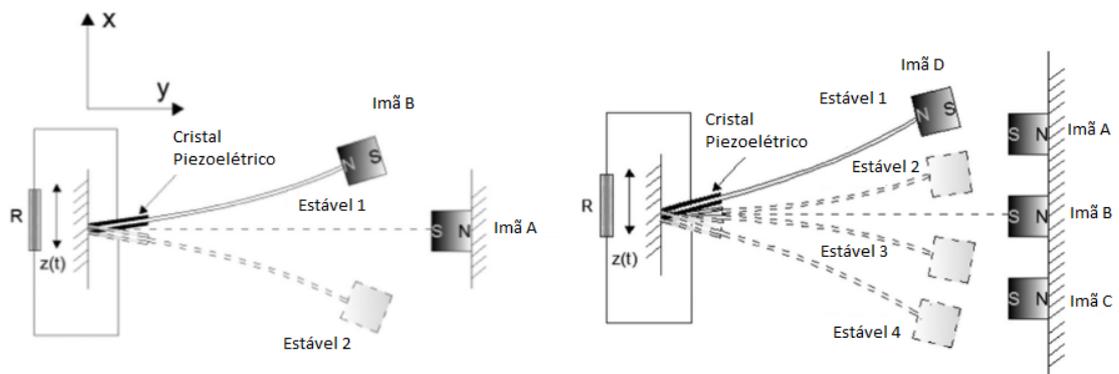


Figura 2-5- Arranjo esquemático da configuração de sistemas biestável e tetraestável (Zhou *et al.*, 2011).

O objetivo desse trabalho, além de explorar o uso de sistemas com dois graus de liberdade, é introduzir a não linearidade ao sistema para avaliar o comportamento de um sistema biestável.

Wu *et al.* (2012) propuseram um sistema que possuía duas vigas alinhadas em que a viga secundária (comprimento L_2) foi cortada dentro da viga primária (comprimento L_1), possibilitando o seu encaixe, conforme ilustra a Figura 2-6 a seguir.

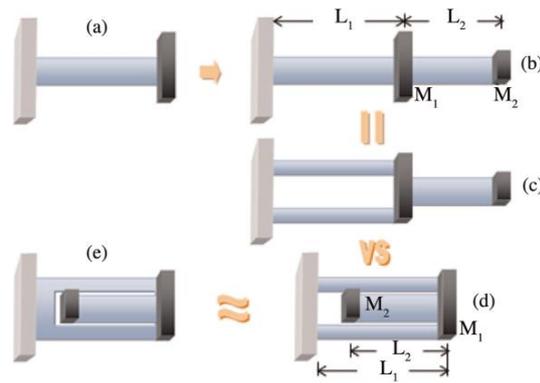


Figura 2-6 Modelo esquemático (Wu *et al.*, 2012).

Foi assumido que as vigas possuíam o mesmo módulo de elasticidade, espessura e largura total. Esse novo modelo de geração de energia de 2 graus de liberdade além de fornecer uma maior largura de banda, também apresenta uma configuração mais compacta, em comparação aos geradores de energia de 1 e 2 graus de liberdade convencionais. O sistema também utiliza eficientemente o material piezoelétrico do feixe, gerando uma potência de saída significativa tanto para o oscilador 1, quanto para o 2.

Wang & Tang (2017) utilizaram-se de um modelo similar ao apresentado neste estudo. O método de colheita de energia proposto anteriormente também possui massas magnéticas no sistema, além de ser biestável e com dois graus de liberdade, porém o sistema é composto de apenas um transdutor piezoelétrico ligado a base e uma das massas, conforme ilustrado a seguir na Figura 2-7.

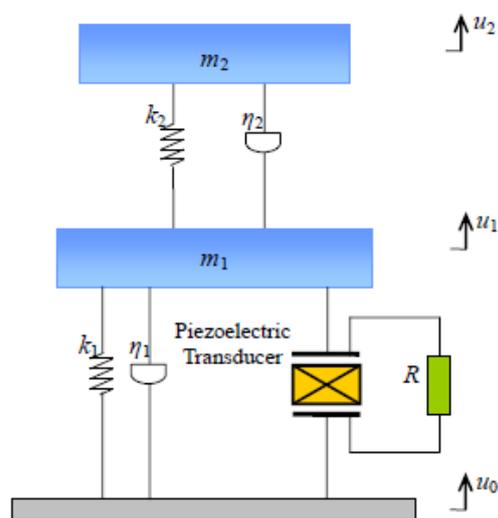


Figura 2-7 Arranjo esquemático (Wang & Tang, 2017).

Após a realização de estudos numéricos e experimentais, concluiu-se que com o ajuste adequado do oscilador, pode-se obter um sistema de colheita de energia biestável de dois graus de liberdade com dois picos ressonantes com um deles exibindo forte resposta não-linear. Com o aumento da massa do oscilador, a resposta não linear entre os picos evolui gradativamente.

Além disso, a largura de banda mais ampla é alcançada com a combinação de picos de ressonância multimodais e dinâmica não-linear, em comparação com a configuração linear ótima de dois graus de liberdade. Verifica-se ainda que a resistência da carga tem influência significativa com fortes respostas não-lineares em termos de deslocamento de pico. Em uma resistência de carga específica, o sistema não linear de coleta de energia com dois graus de liberdade pode alcançar a melhor potência, mas o pico é deslocado para a direita, o que reduz a largura de banda.

Capítulo 3

3. Embasamento teórico

A seguir serão abordados os fundamentos teóricos referentes aos materiais piezelétricos com as respectivas às equações constitutivas que governam a piezeletricidade e os osciladores tipo *Duffing*.

3.1.A Piezeletricidade

O efeito piezelétrico pode ser direto ou indireto. Define-se como direto a mudança na polarização elétrica devido a um carregamento mecânico e indireto quando a aplicação de um campo elétrico em um material é convertida em deformação mecânica.

Os materiais piezelétricos sintéticos são em grande parte cerâmicos ou polímeros quando manufacturados e os arranjos cristalinos das suas células podem ser tetragonais, romboédricas ou cúbicas simples, dependendo da temperatura em que o material se encontra.

Estes tipos de arranjos apresentam simetria o que permite que as cargas elétricas positivas não se encontrem com as cargas negativas formando um dipolo elétrico. Este dipolo faz com a estrutura cristalina da célula na presença de um potencial elétrico se deforme resultando no efeito piezelétrico indireto ou inverso. Ademais, quando estas células são submetidas a uma deformação mecânica resultam em deslocamentos elétricos.

Na Figura 3-1 é apresentado a estrutura cristalina de uma célula unitária do Titanato Zirconato de Chumbo ou PZT.

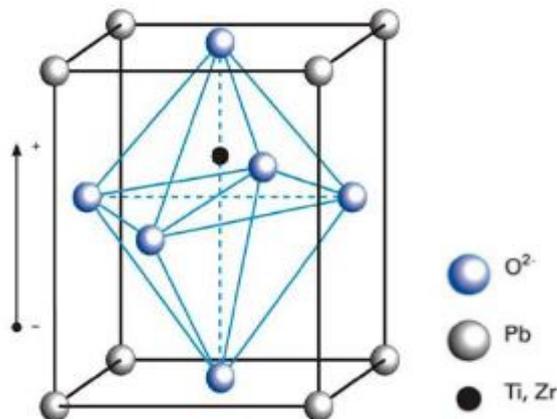


Figura 3-1 Célula unitária de Perovskita - Titanato Zirconato de Chumbo (Siqueira *et al* 2018).

São utilizados os eixos ortogonais cristalográficos para descrever o modo de operação dos materiais. Por convenção a direção positiva de polarização é coincidente com o eixo 3 – direção z, conforme representado na Figura 3-2.

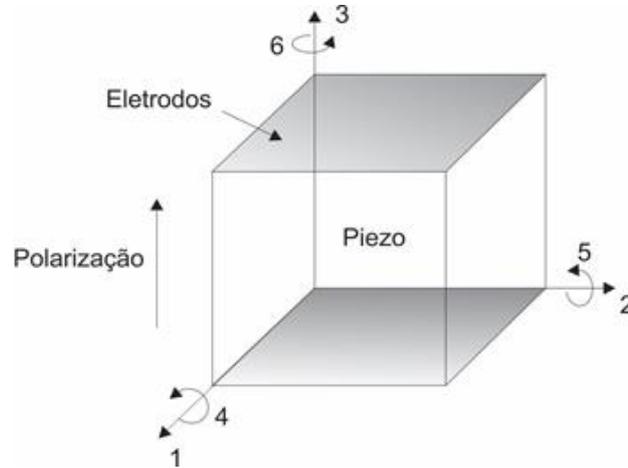


Figura 3-2 Orientação dos eixos de um material piezoelectrico (Siqueira *et al* 2018).

A modelagem dos materiais piezoelectricos geralmente é feita considerando vigas, na qual a espessura pode ser desconsiderada. São analisados os modos de operação sendo o mais comuns os modos 31 e 33. O primeiro número se refere ao eixo de polarização e o segundo no qual a tensão-deformação mecânica aplicada. Ou seja, no modo 33 o campo elétrico é aplicado na direção 3 e a deformação ocorre na mesma direção, já no modo 31 o campo também é aplicado na direção 3, porém a deformação ocorre na direção 1 conforme é representado na Figura 3-3.

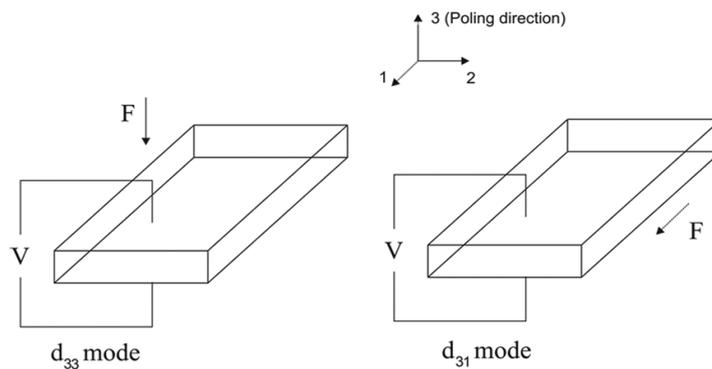


Figura 3-3 Modos de orientação de um material piezoelectrico (Silva *et al.*, 2013).

As equações constitutivas são elaboradas considerando os seguintes tensores: deformação S_{ij} , tensões T_{ij} , deslocamento elétrico D_i , o campo aplicado E_k , deformação elástica s_{ij}^E , permissividade elétrica ϵ_{mk}^T e constantes piezoelectricas d_{mi} . Os índices i, j, m e k

se referem às diferentes direções do material considerando sua polarização. Já os sobrescritos E e T se referem que as variáveis foram coletadas a um campo elétrico e tensão nulos ou constantes respectivamente.

A relação entre o deslocamento elétrico e o campo elétrico pode ser observado no ciclo de histerese – Figura 3-4. A polarização do material aumenta, na proporção que o campo elétrico é aplicado e os dipolos vão se alinhando em uma direção positiva. Se o campo aumenta a um valor mais negativo, a direção da polarização dá um salto, onde o ciclo de histerese é obtido.

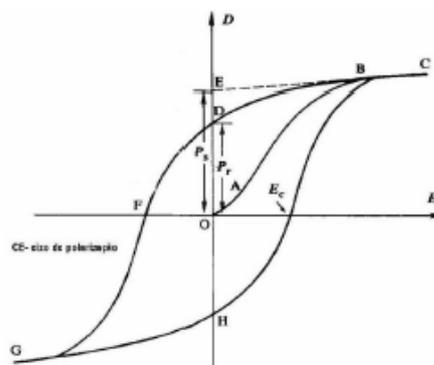


Figura 3-4 Curva e histerese entre o campo elétrico e deslocamento elétrico (Santos, 2005).

A partir das análises dos tensores, são obtidas as equações constitutivas, apresentadas abaixo. A equação 3.1 se refere ao efeito inverso já a Equação 3.2 se refere ao efeito direto.

$$S_i = s_{ij}^E T_j + d_{mi} E_m \quad (3.1)$$

$$D_m = d_{mi} T_i + \varepsilon_{mk}^T E_k \quad (3.2)$$

Utilizando a notação de Voigt, onde $1 \rightarrow 11$, $2 \rightarrow 22$, $3 \rightarrow 33$, $4 \rightarrow 23$, $5 \rightarrow 13$ e $6 \rightarrow 12$ e admitindo que o material é transversalmente isotrópico obtém-se a seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Estruturas piezoelásticas finas podem ser representadas como vigas e, com isso, todas as componentes de tensão mecânica podem ser desprezadas com exceção da componente na direção 1 e a componente de polarização na direção 3, resultando no modo de operação 31. Estruturas piezoelásticas em formas de barras finas podem ser aproximadas operando no modo 33, as componentes de tensão mecânica podem ser desprezadas com exceção da componente na direção 3 que é a mesma da polarização.

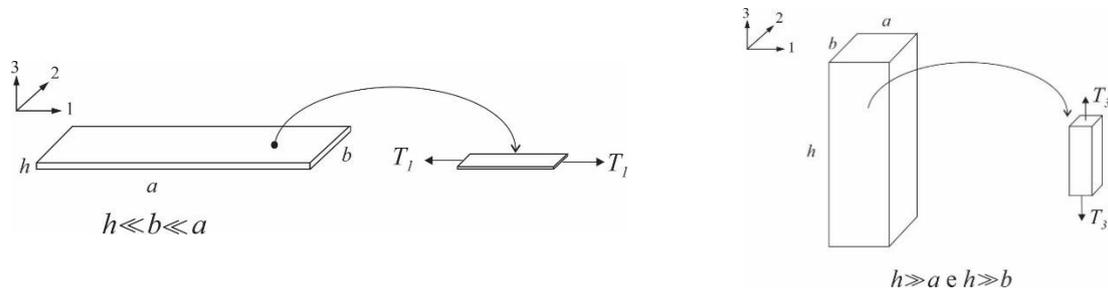


Figura 3-5- Modo 31 para uma viga fina (Esquerda) e Modo 33 para uma barra fina (Direita). (Adaptado de Priya & Inman, 2009).

As matrizes a seguir se referem a equação constitutiva aplicada para os modos aplicando os modos 31 e 33, respectivamente:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & d_{31} \\ d_{31} & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\begin{bmatrix} S_3 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{33}^E & d_{33} \\ d_{33} & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_3 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

3.2.Os Osciladores do Tipo *Duffing*

Os problemas de dinâmica não lineares podem ser definidos pela a equação 3.6 de *Duffing* que são equações diferenciais de segunda ordem:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + \beta x \pm \alpha x^3 = F\cos(\omega t) \quad (3.6)$$

onde m é a massa, β é a rigidez do sistema, c é a constante de amortecimento, α é o termo de não linearidade, F é o forçamento adimensional imposto no sistema, ω é a frequência angular e t é o tempo.

A não linearidade mecânica pode ser monoestável ou biestável. Quando β , possui valor positivo o sistema é monoestável e oscila em um único ponto de equilíbrio. Quando os valores β são menores que zero o sistema é não-linear e biestável, e oscila em torno de dois pontos de equilíbrio: um estável e um metaestável. Já para $\alpha > 0$ o sistema apresenta um endurecimento e para $\alpha < 0$ o sistema apresenta um amolecimento.

A força imposta ao sistema possui não linearidade cúbica e energia potencial possui não linearidade de ordem a quarta. As propriedades mencionadas são representadas pelas equações 3.7 e 3.8 e podem ser descritas pelas Figuras 3-6 e 3-7 para diferentes valores β e α .

Na Figura 3-6 verifica-se que o sistema biestável ($\beta < 0$) e um sistema monoestável ($\beta > 0$) para diferentes valores de deslocamentos. Vê-se comportamentos não lineares para quando α é diferente de zero.

$$F = \beta x + \alpha x^3 \quad (3.7)$$

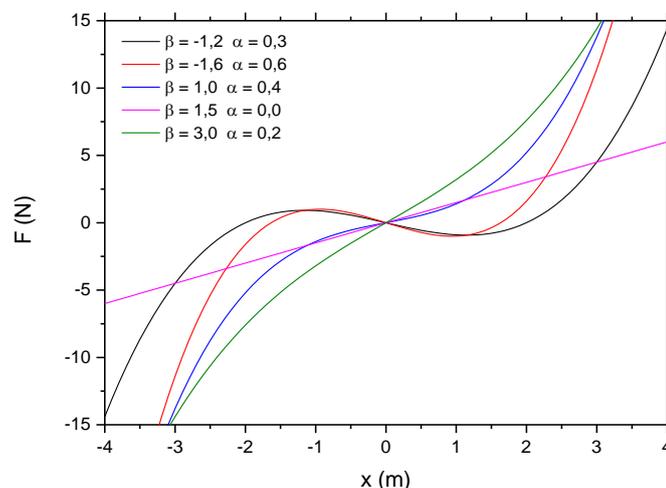


Figura 3-6- Relação Força x deslocamento para diferentes valores de β e α .

Já de acordo com a Figura 3-7, os sistemas biestáveis ($\beta < 0$) apresentam de poços de potencial duplos e em um sistema monoestável ($\beta > 0$) o poço é simples.

$$U(x) = \frac{1}{2}\beta x^2 + \frac{1}{4}\alpha x^4 \quad (3.8)$$

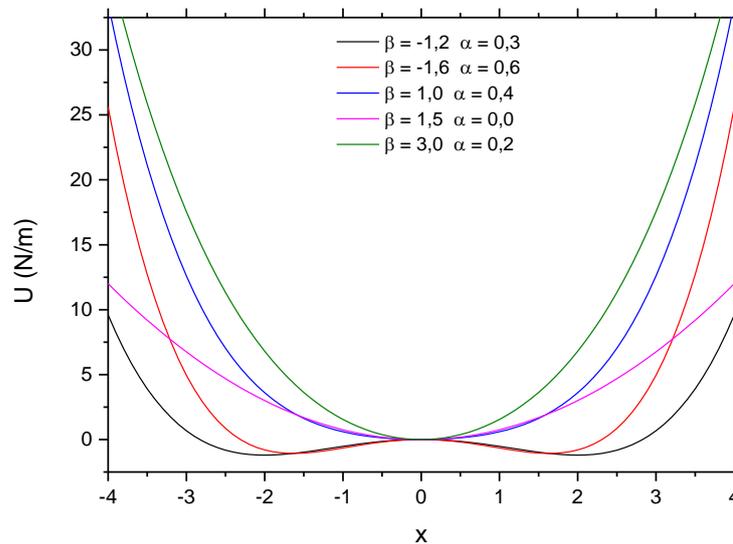


Figura 3-7 Energia Potencial para diferentes valores de β e α .

Dada a complexidade do estudo de diferentes tipos de comportamentos dinâmicos não lineares, em geral os pesquisadores fazem uso de ferramentas como Seções de Poincaré para melhor visualização e entendimento dos fenômenos. O conceito de seção de Poincaré é oriundo do século XIX quando Henri Poincaré estudou a estabilidade do sistema solar reduzindo os graus de liberdade para obter a trajetória do sistema. (Medeiros, 2010). A seção de Poincaré, é um método de reduzir o estudo de um fluxo num espaço de fases com n dimensões a uma aplicação num espaço de fases com $n-1$ dimensões. Assim, em uma seção de Poincaré elimina-se uma dimensão do sistema, permitindo que se transforme em um sistema contínuo no tempo e um mapeamento discreto, Figura 3-8 a seguir.

Esta ferramenta é aplicada para analisar a periodicidade ou o caos de uma determinada trajetória. Em órbitas periódicas, observa-se a repetibilidade de 1 ponto na seção de Poincaré caso o período seja 1 ou 2 pontos caso o período seja igual 2, por exemplo. Em órbitas caóticas as trajetórias se cruzam em pontos diferentes.

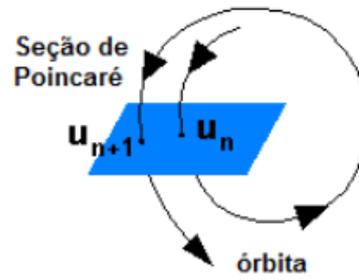


Figura 3-8 Ilustração de uma seção de Poincaré (Medeiros, 2010)

Uma outra ferramenta muito utilizada é o diagrama de bifurcação que é a representação gráfica do comportamento qualitativo das oscilações de uma variável em função de um determinado parâmetro, o eixo horizontal corresponde aos valores de parâmetro em questão e o eixo vertical aos valores de variável dinâmica. Para cada valor de correspondente do eixo horizontal, escolhe-se uma condição inicial e gera-se a dinâmica temporal correspondente da variável (Valério, 2014)

Capítulo 4

4. Modelo Matemático

O modelo arquetipo de um sistema de colheita de energia consiste de dois osciladores mecânicos acoplados cada um a um circuito elétrico através de um elemento piezelétrico. Considere, portanto, o sistema com dois graus de liberdade (2GDL) mostrado na Figura 4-1.

O sistema possui duas massas M_1 e M_2 que apresentam deslocamentos u_1 e u_2 , respectivamente. O sistema possui ainda molas não lineares definidas por $K_1(z)$ e $K_2(z)$ que assume diferentes formas levando em consideração a atuação de forças magnéticas e amortecimentos viscosos lineares definidos pelos parâmetros b_1 e b_2 , simulando o efeito de forças do tipo *Duffing*.

Além disso, o modelo possui dois elementos piezoelétricos que promovem a conversão eletromecânica, definidos pelos coeficientes $\hat{\Theta}_1$ e $\hat{\Theta}_2$. Utilizam-se circuitos independentes para cada elemento. Consideram-se as tensões elétricas de cada elemento V_1 e V_2 , suas correntes, i_1 e i_2 . Além disso, definem-se resistências R_1 e R_2 e as capacitâncias C_1 e C_2 . O sistema está submetido a uma excitação de base definida pelo deslocamento u_0 definido como harmônico.

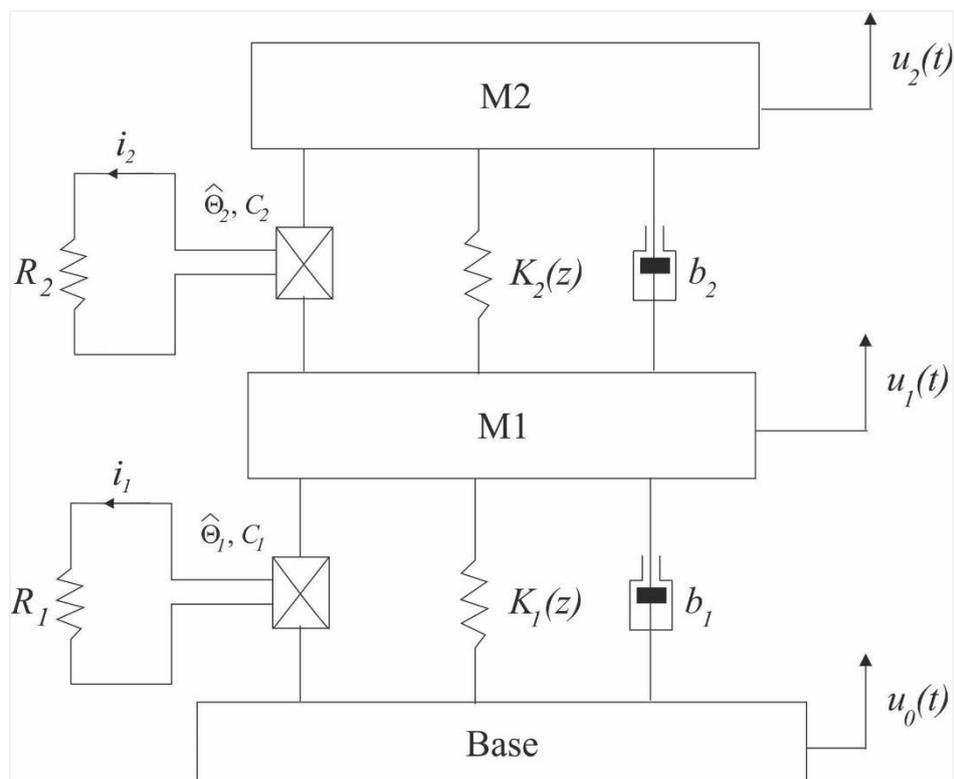


Figura 4-1 Desenho esquemático do modelo utilizado.

Admite-se que a mola possui um comportamento linear para pequenos deslocamentos passando a um comportamento não linear a medida em que os deslocamentos aumentam (Savi, 2006). A força de restituição tipo *Duffing* possui é dada pela rigidez: $K_i(u) = \beta_i u + \alpha_i u^3$

As dinâmicas do sistema para ambas as massas podem ser descritas conforme os Diagramas de Corpos Livres (DCL's), na Figura 4-2:

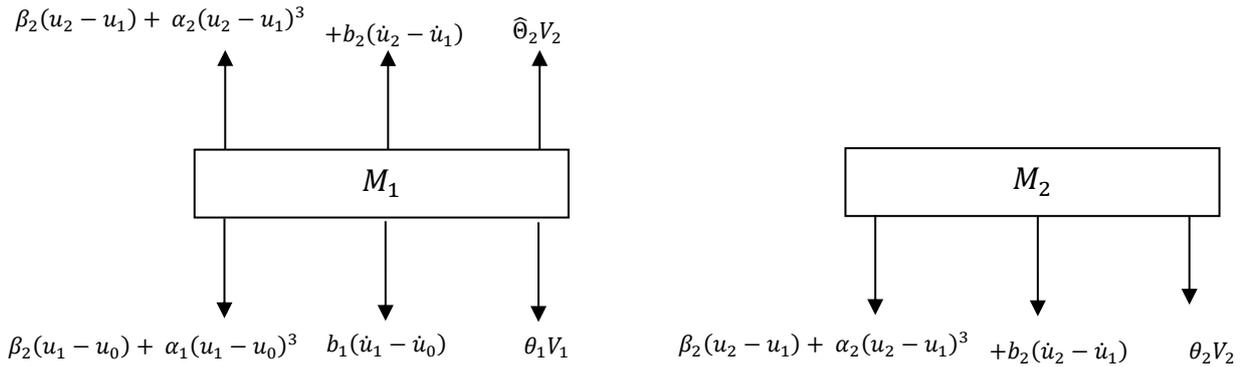


Figura 4-2 Diagrama de corpo livre para as massas magnéticas do sistema.

Fazendo o equilíbrio mecânico, chega-se a um sistema do tipo:

$$\ddot{u}_1(t) = (1/M_1)[-(\beta_2 + \beta_1)u_1 + \beta_2 u_2 + \beta_1 u_0 - (b_2 + b_1)\dot{u}_1 + b_2 \dot{u}_2 + b_1 \dot{u}_0 + \alpha_2(u_2 - u_1)^3 - \alpha_1(u_1 - u_0)^3 + \widehat{\Theta}_2 V_2 - \widehat{\Theta}_1 V_1] \quad (4.1)$$

$$\ddot{u}_2(t) = (1/M_2)[-\beta_2(u_2 - u_1) - b_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) - \alpha_2(u_2 - u_1)^3 - \widehat{\Theta}_2 V_2] \quad (4.2)$$

Os elementos piezoelétricos são governados pelas seguintes equações diferenciais elétricas.

$$-\widehat{\Theta}_1(\dot{u}_1 - \dot{u}_0) + C_1 \dot{V}_1 + \frac{V_1}{R_1} = 0 \quad (4.3)$$

$$-\widehat{\Theta}_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + C_2 \dot{V}_2 + \frac{V_2}{R_2} = 0 \quad (4.4)$$

A potência gerada no sistema de colheita de energia pode ser avaliada considerando a potência instantânea $P^{(i)} = V_i^2/R_i$, e a potência de saída elétrica média RMS, $P_{out}^{(i)}$, sendo $i = 1, 2$, para cada oscilador é dada por:

$$P_{out}^{(i)} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t (V_i^2 / R_i)^2 dt} \quad (4.5)$$

O método de Runge-Kutta de quarta ordem é utilizado para obter os resultados utilizando incrementos dados por:

$$h = \frac{2\pi}{\omega(NT)} \quad (4.6)$$

onde NT é o número de pontos de integração por período dado por 1000, valor este encontrado após um estudo de convergência que será apresentado no capítulo a seguir. Nas análises usam-se 1000 períodos para cada frequência analisada

A fim de validar o modelo desenvolvido, utilizou-se os parâmetros propostos por Wang & Tang (2017), resumido na Tabela 4-1. Estes valores são relativos a um sistema linear.

Tabela 4-1 Parâmetros descritos utilizados no modelo 2GDL.

Parâmetro	Valor
M_1	28,6 g
M_2	3,465 g
β_1	1961 N/m
β_2	100,5 N/m
$b_1=b_2$	0,0125 Ns/m
$R_1=R_2$	1 M Ω
$C_1=C_2$	50,2 nF
$\hat{\Theta}_1$ e $\hat{\Theta}_2$	0,001 N/V
$\alpha_1 = \alpha_2$	0,0 N/m ³

Capítulo 5

5. Validação Numérica

De forma a analisar a dinâmica linear no sistema de geração de energia, validou-se os resultados apresentados no artigo Wang & Tang (2017).

Conforme mencionado anteriormente, Wang & Tang (2017) analisaram um sistema com dois graus de liberdade composto de apenas um transdutor piezoelectrico ligado a base e a massa magnetoelástica M_1 , comparando os resultados obtidos teoricamente e experimentalmente.

Inicialmente os autores propuseram uma análise linear, desta forma, a fim de validar o código numérico desenvolvido neste trabalho, realizou-se uma comparação com o modelo linear apresentado pelos autores. As constantes utilizadas para a análise estão apresentadas na Tabela 4-1.

O primeiro passo deu-se através do estudo de convergência para alcançar o valor do incremento h para realizar a integração numérica corretamente. Este estudo foi feito variando a quantidade de pontos coletados de cada período (NT). A Figura 5-1 registra a análise de convergência comparativa para as frequências de ressonância (28 e 44 Hz) registradas no modelo linear de $2GDL$ (Wang & Tang, 2017).

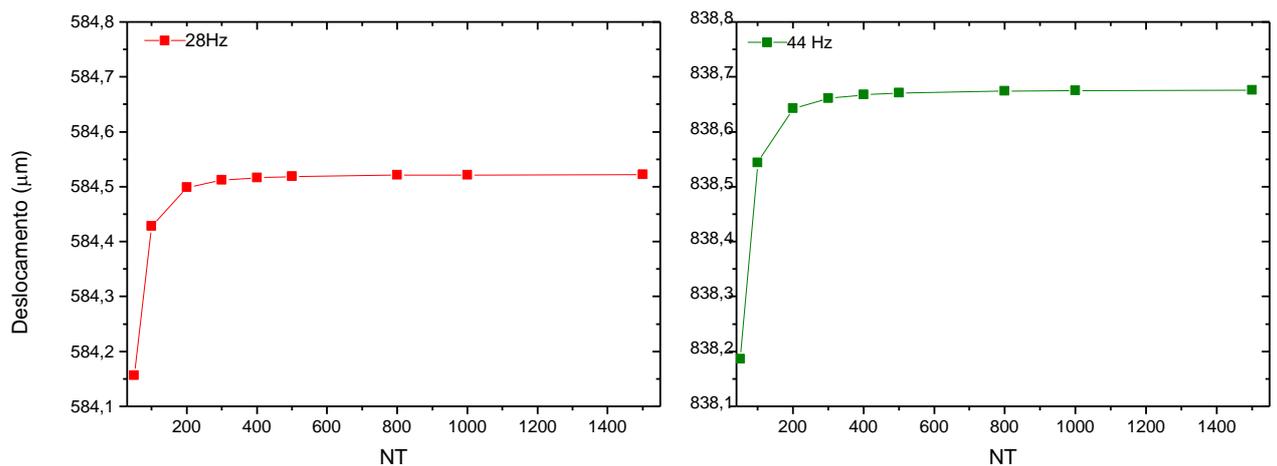


Figura 5-1 Análise de convergência para as frequências 28 Hz e 44 Hz.

O sistema convergiu com um número de pontos por período na ordem de 10^3 para as duas frequências de ressonância. Por isso, foi utilizado na implementação do modelo numérico

estudado o passo de período igual a 1000. Implementou-se o código até atingir 1500 pontos coletados por período de maneira a certificar que o sistema se manteve estável.

As equações diferenciais 4.3 e 4.4 foram integradas numericamente com o uso integrador Runge-Kutta de quarta ordem – que é um método iterativo para resolução numérica de equações diferenciais ordinárias – e implementadas no FORTRAN 90. Os resultados comparativos podem ser vistos na Figura 5-2.

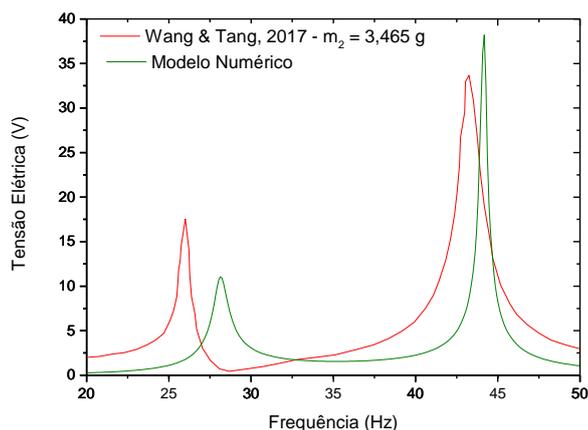


Figura 5-2 Comparação teórica da Tensão Elétrica RMS com o modelo implementado.

De acordo com o que foi abordado por Wang & Tang (2017), pôde-se observar dois picos de tensão elétrica distantes, o que não resultou em uma configuração ideal para se obter a máxima eficiência. Os primeiros picos, tanto o que foi implementado numericamente nesta seção quanto o que foi gerado no estudo a ser validado, apresentaram pouca contribuição para colheita de energia e as bandas de frequência eram similares.

Entretanto, quando os segundos picos dos gráficos foram comparados há uma diferença no que tange as amplitudes de frequência. O modelo implementado apresentou uma banda menor quando comparado ao do Wang & Tang (2017), implicando em uma performance pior na geração de energia.

As tensões elétricas geradas apresentam uma diferença nos picos, em torno de 7,0%. Neste trabalho usamos o cálculo de média RMS e no trabalho do Wang & Tang (2017) não foi mencionado se a tensão elétrica apresentada é feita por média simples ou se estes valores foram tomados pelos valores máximos, por isso esta pequena diferença. As frequências de ressonância do modelo estudado apresentaram um atraso em comparação com o artigo, provavelmente devido à aplicação de circuito elétrico nas duas massas, enquanto Wang & Tang (2017) adotaram o circuito elétrico apenas na massa M_1 .

Para se otimizar a configuração linear, a fim de se obter a máxima eficiência possível, o modelo foi reconfigurado para diferentes valores de M_2 . São comparados na Figura 5-3 as tensões elétricas obtidas para as massas de valor $M_2 = 1,565\text{g}$, $1,965\text{g}$ e $2,465\text{g}$.

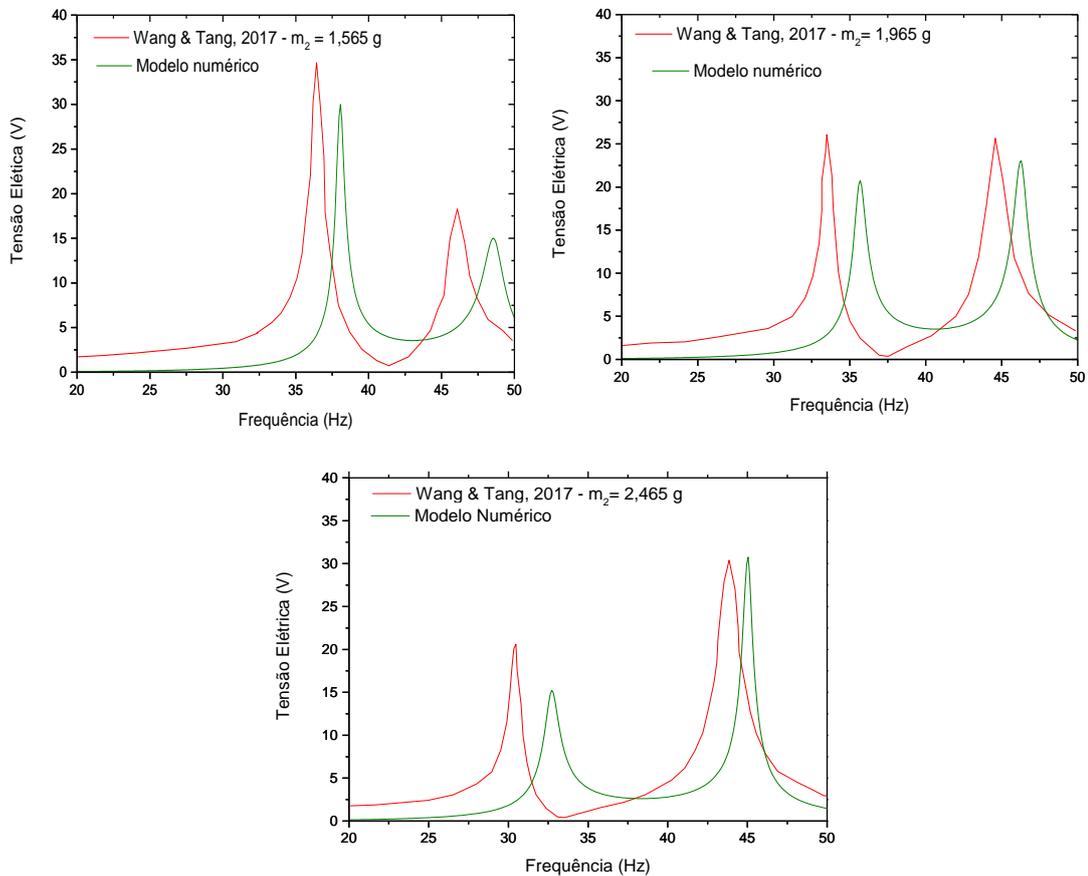


Figura 5-3 Comparação teórica da Tensão Elétrica RMS com o Modelo Numérico para $M_2 = 1,565\text{g}$, $1,965\text{g}$ e $2,465\text{g}$.

Analisando o valor médio de massa $M_2 = 1,965\text{g}$, observou-se que, nos dois modelos, os picos de tensão elétrica são similares, e variam entre 20 e 25V, o que confere ao sistema uma forma mais eficiente na conversão de energia.

Com o intuito de comparar unicamente o efeito da alteração de massa, ou seja, sem variar os demais parâmetros do modelo numérico, elaborou-se o gráfico da Figura 5-4 abaixo.

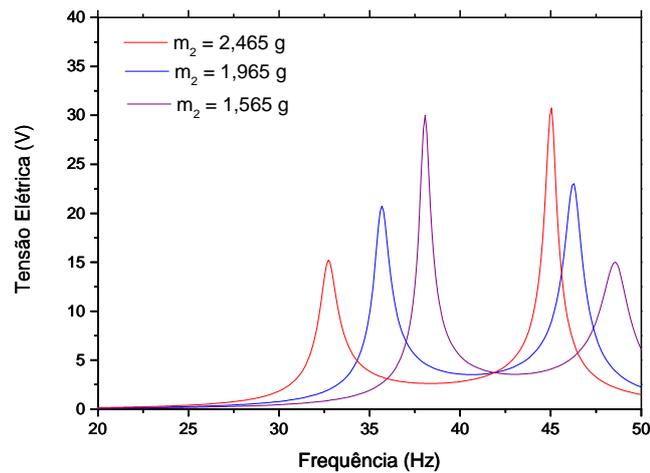


Figura 5-4 Gráfico comparativo teórico do efeito da alteração da massa M_2

É notável que, com o aumento do valor da massa, as frequências de ressonância dos dois picos se deslocaram para a esquerda sendo que no primeiro pico ocorreu uma redução da amplitude com o aumento da massa enquanto no segundo pico o aumento de massa tem efeito oposto, causando o aumento da amplitude.

De forma a abordar mais a dinâmica do sistema foi gerado o gráfico da Figura 5-5 com os valores de potência de saída em função da frequência.

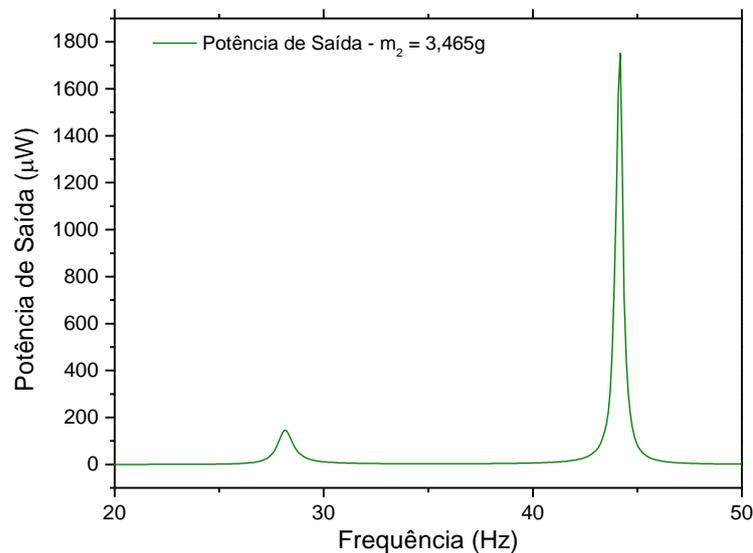


Figura 5-5 Potência de saída do sistema linear monoestável.

De forma a mostrar o comportamento do sistema em sua frequência natural foi gerador o gráfico da Figura 5-6 que apresenta comportamento do deslocamento da viga no tempo para as frequências de 28 Hz e 35 Hz, para $M_2 = 3,465\text{g}$. A frequência de 35Hz está fora da faixa ressonância do sistema, conforme pode-se observar na Figura 5-6, assim percebe-se que a

amplitude de oscilação apresenta maior valor na frequência de ressonância e que quanto maior o deslocamento maior é a tensão elétrica gerada. Os gráficos oscilam em torno de um único ponto, portanto os movimentos possuem período-1.

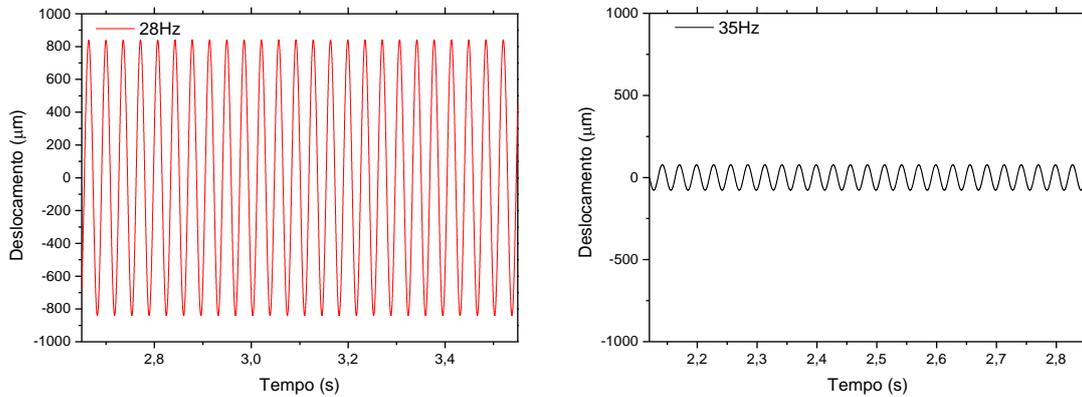


Figura 5-6 Evolução temporal do deslocamento para as frequências de 28Hz e 35 Hz.

Para legitimar a implementação numérica, foi gerado o gráfico apresentado na Figura 5-7 que mostra o espaço de fase e a seção de Poincaré para as frequências 28 e 35 Hz, para $M_2 = 3,465\text{g}$. Observa-se que o espaço de fase é uma órbita fechada, ou seja, um sistema periódico com uma única seção de Poincaré (Período-1). A frequência de ressonância foi a que obteve a maior amplitude de deslocamento, resultado este amplamente conhecido.

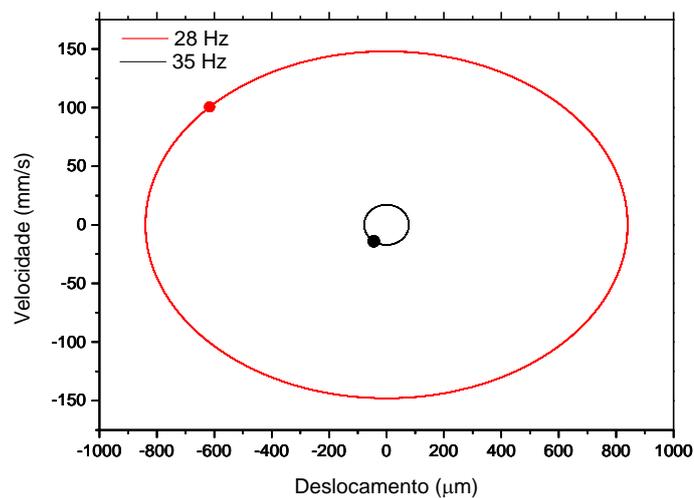


Figura 5-7 Espaço de fase para as frequências de 28Hz e 35 Hz

Capítulo 6

6. Adimensionalização

A partir de agora, para analisar a não linearidade do sistema, torna-se mais interessante adimensionalizar as equações de movimento 4.1 e 4.2.

Considerando $\frac{u_i}{L} = x_i$ e $\frac{V_j}{\hat{V}} = v_j$, em que L e \hat{V} são constantes de referência com unidades de comprimento e tensão elétrica, respectivamente. O termo sobrescrito i se refere aos osciladores 1 e 2, conforme a Figura 4-1, além de definir o deslocamento de base adimensionalizado como $\frac{u_0}{L} = x_0$. O tempo adimensional é dado por $\tau = \omega_1 T$ em que ω_1 é dada por $\omega_1 = \sqrt{\frac{\beta_1}{M_1}}$ e $\omega_2 = \sqrt{\frac{\beta_2}{M_2}}$.

Tem-se, então, $\bar{\beta}_i = \frac{\beta_i}{M_1 \omega_1^2}$, $\bar{b}_i = \frac{b_i}{M_1 \omega_1}$, $\bar{\alpha}_i = \frac{\alpha_i L^2}{M_1 \omega_1^2}$, $\bar{\lambda}_i = \frac{\hat{V} \theta_i}{L M_2 \omega_1^2}$, $\bar{\omega}_i = \frac{\omega_i}{\omega_1}$, $\rho_i = R_i C_i \omega_i$, $\mu = \frac{M_2}{M_1}$ e $\phi_i = \frac{L \theta_i}{C_i \hat{V}}$.

As equações 4.12 e 4.13 podem ser reescritas da seguinte forma:

$$x_1'' = -x_1(\bar{\beta}_2 + \bar{\beta}_1) + \bar{\beta}_2 x_2 + \bar{\beta}_1 x_0 - (\bar{b}_2 + \bar{b}_1)x_1' + \bar{b}_2 x_2' + \bar{b}_1 x_0' + \bar{\alpha}_2(x_2 - x_1)^3 - \bar{\alpha}_1(x_1 - x_0)^3 + \bar{\lambda}_2 v_2 - \bar{\lambda}_1 v_1 \quad (6.1)$$

$$\mu x_2'' = -\bar{\beta}_2(x_2 - x_1) - \bar{\alpha}_2(x_2 - x_1)^3 - \bar{b}_2(x_2' - x_1') - \bar{\lambda}_2 v_2 \quad (6.2)$$

As equações elétricas podem ser escritas da seguinte forma:

$$-\phi_1(x_1' - x_0') + v_1' + \frac{v_1}{\rho_1} = 0 \quad (6.3)$$

$$-\phi_2(x_2' - x_1') + v_2' + \frac{v_2}{\rho_2} = 0 \quad (6.4)$$

onde $(\blacksquare)' \equiv d(\blacksquare)/d\tau$ e consideraremos o deslocamento adimensional da base como sendo $x_0 = \gamma \text{sen}(\bar{\omega}\tau)$ em que γ é o deslocamento adimensionalizado. Os valores das constantes de adimensionalização foram retirados do artigo Cellular *et al* (2017) e são mostrados na Tabela 7-1, a seguir. Para efeitos de simulações foram considerados os mesmos valores de constantes para os dois osciladores.

A potência de saída pode ser escrita de maneira adimensionalizada em função dos parâmetros de tensão elétrica e resistência elétrica.

$$P_{out}^{(t)} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t (v_i^2 / \rho_i)^2 dt} \quad (6.5)$$

Tabela 6-1 Constantes de adimensionalização.

Parâmetro	Valor
μ	1,00
$\bar{b}_1 = \bar{b}_2$	0,02
$\phi_1 = \phi_2$	0,50
$\bar{\lambda}_1 = \bar{\lambda}_2$	0,05
$\rho_1 = \rho_2$	20,00

No capítulo a seguir serão apresentadas as simulações numéricas de forma a explorar os efeitos não lineares do sistema. O objetivo é analisar os efeitos da inclusão da não linearidade. Desta forma serão investigadas as seguintes situações:

- 2 graus de liberdade com ambos osciladores lineares usando $\bar{\beta}_1 = \bar{\beta}_2 = 1,0$ e $\bar{\alpha}_1 = \bar{\alpha}_2 = 0,0$ (1L2L);
- 2 graus de liberdade com o primeiro oscilador linear e outro não linear biestável usando $\bar{\beta}_1 = 1,0$, $\bar{\alpha}_1 = 0$, $\bar{\beta}_2 = -2,0$ e $\bar{\alpha}_2 = 1,0$ (1L2NL);
- 2 graus de liberdade com o primeiro oscilador não linear biestável e outro linear usando $\bar{\beta}_1 = -2,0$, $\bar{\alpha}_1 = 1,0$, $\bar{\beta}_2 = 1,0$ e $\bar{\alpha}_2 = 0$ (1NL2L);
- 2 graus de liberdade com ambos osciladores não lineares biestáveis usando $\bar{\beta}_1 = -2,0$, $\bar{\alpha}_1 = 1,0$, $\bar{\beta}_2 = -2,0$, e $\bar{\alpha}_2 = 1,0$ (1NL2NL)

Desta forma serão mostrados diagramas de bifurcação em $\bar{\omega}$, foi estipulado para efeitos de simulações uma amplitude de forçamento, $\gamma = 0,01$. O foco da análise será, deslocamento e a potência de saída do sistema.

O parâmetro γ assume valores diferentes, apresentados ao longo dos resultados, de forma a avaliar diferentes condições de estímulo externo. Serão mostrados os espaços de fase e

seções de Poincaré para estes casos. O código implementado nesse trabalho foi validado no Capítulo 5 e utilizou-se dos parâmetros descritos na tabela 6.1 para uma análise paramétrica.

Capítulo 7

7. Resultados

Primeiramente serão analisados os gráficos de bifurcação do deslocamento em função da frequência de excitação para os casos apresentados no capítulo anterior. Com a finalidade de melhor ilustrar a não linearidade, as respostas em frequência foram analisadas com varreduras “indo” (up-sweep) e “voltando” (down-sweep). Para facilitar a ilustração dos gráficos são utilizadas as seguintes nomenclaturas:

- 1L2L - correspondente ao 1º caso, ambos os osciladores lineares;
- 1L2NL - correspondente ao 2º caso, oscilador 1 linear e oscilador 2 não linear;
- 1NL2L - correspondente ao 3º caso, oscilador 1 não linear e oscilador 2 linear;
- 1NL2NL - correspondente ao 4º caso, ambos os osciladores não lineares.

Como não houve diferenças significantes no comportamento dos resultados das duas varreduras, serão apresentadas somente as respostas na frequência “voltando” (down-sweep), pois foram as que apresentaram maiores picos. A Figura 7-1 mostra o diagrama de bifurcação do deslocamento em função da frequência para o oscilador 1.

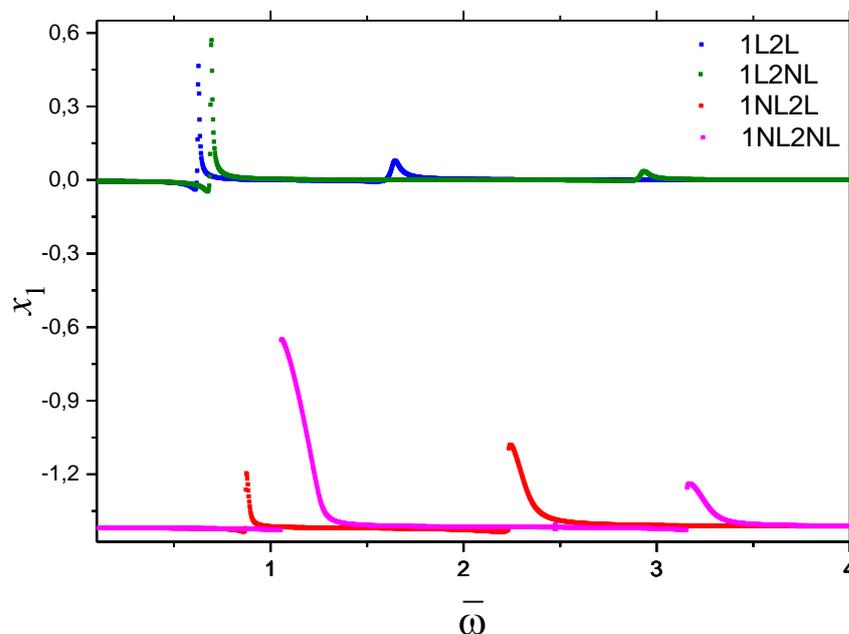


Figura 7-1 Deslocamentos x frequência – Oscilador 1

Na Figura 7-1, verifica-se que, em 1L2L, os picos de deslocamento ocorreram em frequências inferiores em relação as demais situações. Isso ocorre porque as frequências de ressonância são deslocadas para direita quando a não linearidade do tipo *Duffing* é aplicada, o

que mostra que a presença de um oscilador não linear em qualquer uma das duas posições influencia o deslocamento nas frequências de ressonância.

Ademais, constata-se que para os casos 1L2L e 1L2NL as amplitudes de deslocamento tiveram um valor considerável, cerca de 0,45 e 0,60, na primeira frequência de ressonância e, após, o deslocamento teve valores insignificantes.

Para o caso 1NL2L, embora a amplitude do primeiro pico de deslocamento não seja de valor superior aos dois primeiros casos, a amplitude do segundo pico teve um aumento significativo e uma maior banda, porém em valores absolutos, mesmo com esse aumento, continua a apresentar menor deslocamento quando comparados aos primeiros casos.

Em 1NL2L e 1NL2NL, é possível observar a presença de comportamentos peculiares nas frequências de ressonância. Anteriormente a estas frequências, o sistema apresentava baixa amplitude de deslocamento. Quando atingem esses pontos, a amplitude de deslocamento aumentou bruscamente, caracterizando um salto dinâmico. Este comportamento, pode ocorrer quando se é aplicada a não linearidade no sistema em ambos osciladores ou o apenas no oscilador mais próximo da base vibratória.

A Figura 7-2 apresenta o deslocamento em função da frequência para o oscilador 2.

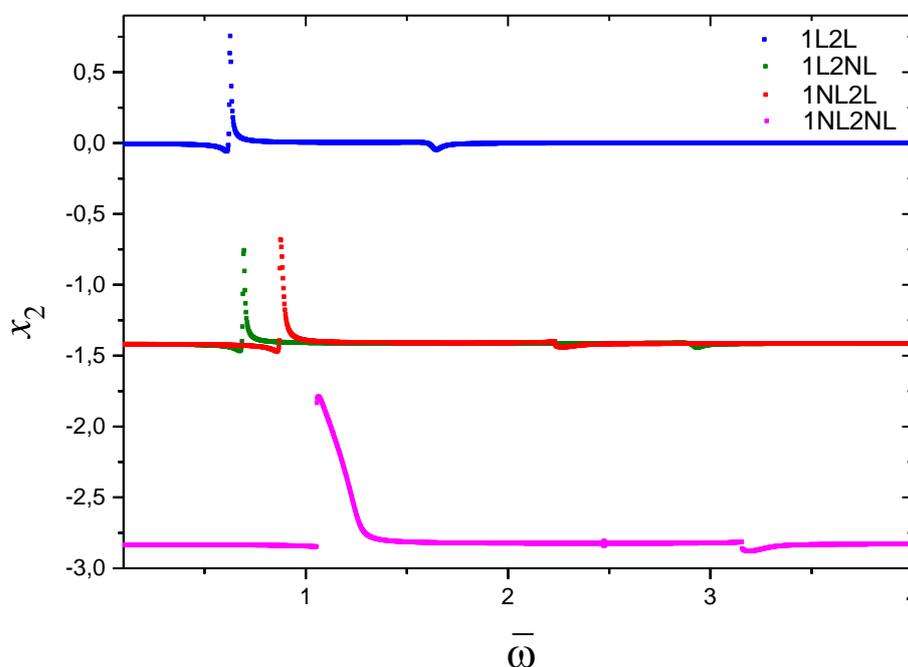


Figura 7-2 Deslocamentos x frequência – Oscilador 2

De maneira semelhante ao primeiro oscilador, o oscilador 2, para 1L2L e 1L2NL, apresentou somente na frequência de ressonância valores significativos de deslocamento, ao se

afastar da frequência natural os deslocamentos alcançados são ínfimos. Isso também ocorre para o 1NL2L.

Vale ressaltar ainda que 1L2L apresentou o mesmo comportamento para o deslocamento dos dois osciladores, o que é coerente devido a linearidade mecânica.

Os casos intermediários (1L2NL e 1NL2L) mantiveram a direção de oscilação, entretanto, na segunda frequência de ressonância em 1L2L e 1NL2NL, ocorreu a mudança na direção de oscilação, comportamento não observado no oscilador 1 ao mantê-lo não linear.

Para 1NL2L e 1NL2NL, observa-se que, assim como ocorreu com o oscilador 1, o oscilador 2 também apresentou saltos dinâmicos, porém com amplitudes menores que o primeiro. Isso ocorre devido a maior distância do oscilador 2 à fonte de vibração.

A Figura 7-3 compara a potência média de saída para o oscilador 1.

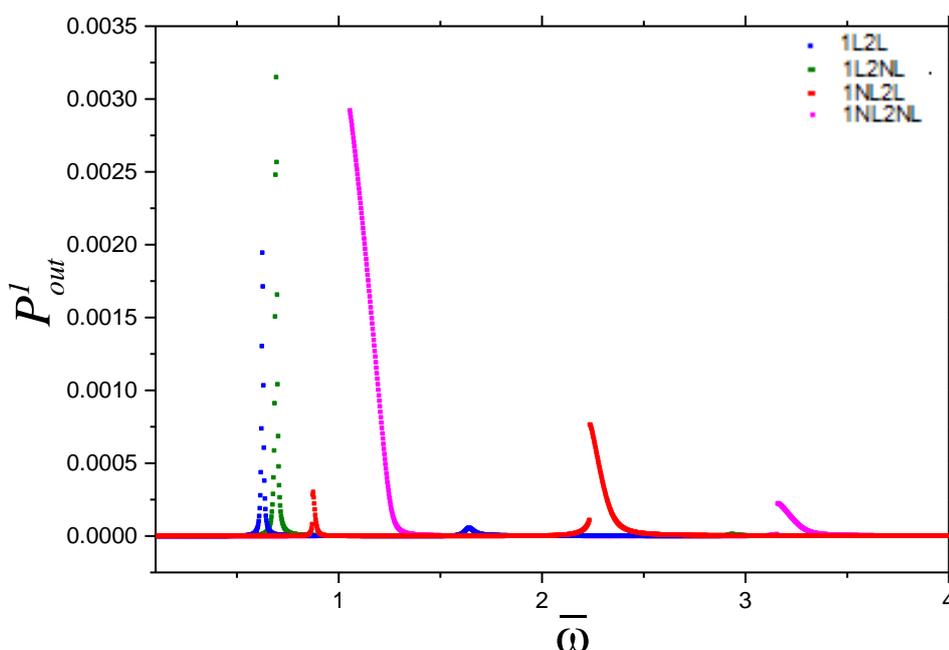


Figura 7-3 Potências de saída x frequência – Oscilador 1

Na Figura 7-3, para 1L2L e 1L2NL, assim como ocorreu com o deslocamento, o sistema apresentou desempenho significativo próximo da primeira frequência de ressonância e houve uma queda significativa quando se afastou da frequência natural do sistema.

Para 1NL2L, correspondendo ao apresentado na Figura 7-1, o segundo pico possui um aumento significativo de amplitude e banda, porém os valores para o primeiro pico de ressonância são significativamente mais baixos que 1L2L e 1L2NL, na ordem de 10 vezes menor.

Em 1NL2NL, não ocorreu a queda significativa de potência verificada em 1L2NL e 1NL2L ao afastar-se da frequência natural do sistema. Nesse caso, o dispositivo apresentou uma maior banda de conversão de potência nas frequências de ressonância.

O caso 1NL2NL foi o que apresentou maior potência de saída, para o oscilador 1, entre as quatro situações apresentadas. Assim como nos outros casos, houve uma queda significativa de potência na segunda frequência de ressonância, entretanto, a faixa de potência em função de frequência de excitação se manteve larga.

A Figura 7-4, apresenta a potência de saída média para o oscilador 2.

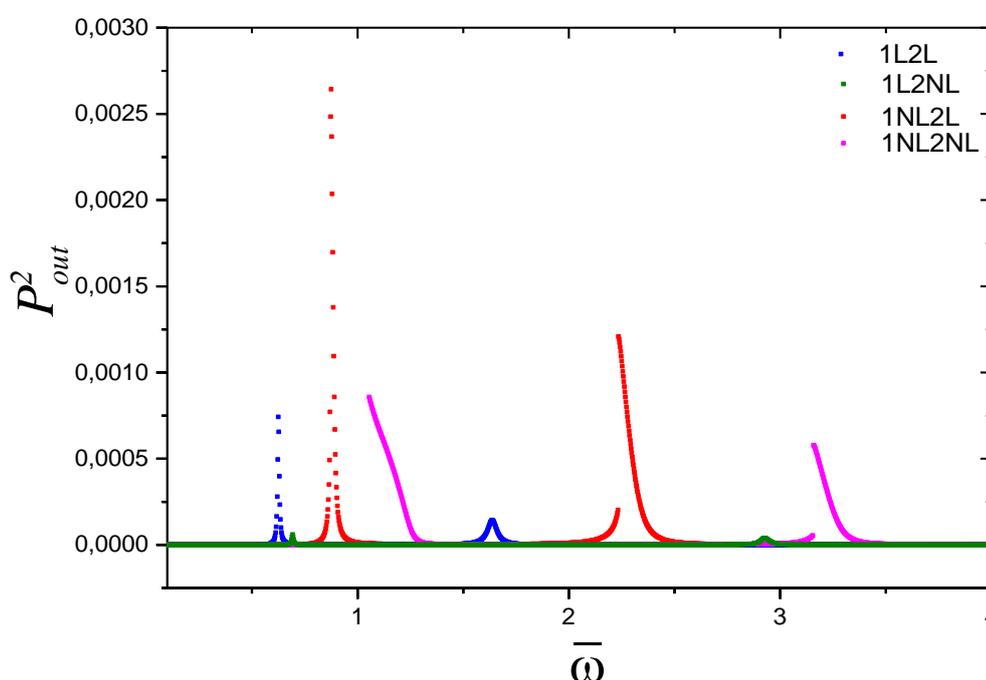


Figura 7-4 Potências de saída x frequência – Oscilador 2

Para o caso 1L2L, o oscilador 2 apresentou o mesmo comportamento que o para o oscilador 1, porém com uma amplitude menor.

Verifica que 1L2NL apresentou valores insignificantes de potência, na ordem de 10^{-5} mostrando-se a configuração de mais baixa resposta de energia.

Para 1NL2L, verifica-se um aumento de valor da ordem de grandeza da amplitude dos dois picos, em relação ao oscilador 1, com aumento da faixa de potência de saída e a presença de saldos dinâmicos.

Em 1NL2NL, embora também tenha ocorrido saltos dinâmicos, o valor de amplitude de potência é menor que 1NL2L e assim, diferente do que é observado para o oscilador 1, o arranjo que apresenta melhores respostas para potência de saída é o 1NL2L.

Portanto, os casos 1NL2NL e 1NL2L apresentaram-se como as configurações mais satisfatórias para geração de energia devido aos maiores valores alcançados de resposta e ao aumento da faixa de trabalho do sistema, que pode ser observada ao avaliar a amplitude de deslocamento e de potência em função da frequência de excitação.

De forma a investigar a influência da amplitude de forçamento nos sistemas não lineares será feita agora uma análise da resposta do sistema sob uma frequência constante, variando a amplitude forçamento. O intuito dessa análise é observar a presença de resultados mais complexos ao variar as condições iniciais do sistema, como por exemplo a presença de órbitas caóticas.

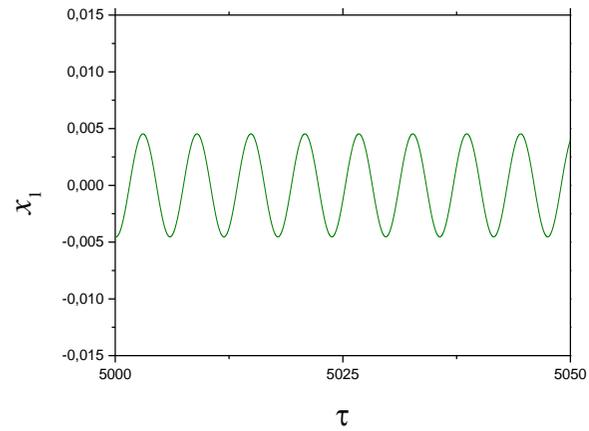
Foram escolhidos três valores de amplitude de forçamento $\gamma = 0,05$; $0,15$ e $0,40$ e foi imposto ao sistema como condição inicial a frequência de ressonância, $\bar{\omega} = 1,06$, devido ser a frequência que alcançou maior pico de potência de saída. As Figuras 7-5 a 7-7 e 7-9 a 7-12 apresentam a evolução temporal e os espaços de fase com as seções de Poincaré para os γ apresentados. As seções de Poincaré que não foram construídos no mesmo gráfico que o espaço de fase um comportamento peculiar que será mostrado posteriormente, nas Figuras 7-8 e 7-14.

Na Figura 7-5, 1L2L, observou-se que o sistema se manteve com o comportamento periódico, de período igual a 1, para as amplitudes forçamento impostas, e as seções de Poincaré apresentaram um único ponto. O que esperado devido ao sistema ser totalmente linear. Para $\gamma = 0,40$, a amplitude deslocamento obteve um aumento de aproximadamente o triplo que as amplitudes de forçamento anteriores.

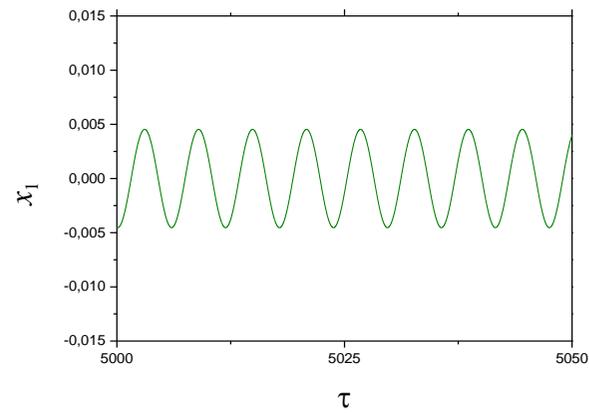
Para 1L2NL constatou-se, Figura 7-6, para $\gamma = 0,05$ o sistema oscila em torno de um único ponto. Em $\gamma = 0,15$, a dinâmica do sistema evolui e passou a oscilar em torno de 2 pontos. Em $\gamma = 0,40$ observa-se uma resposta não periódica com a presença de atrator, ou seja, duas regiões no espaço de fase no qual as trajetórias tendem a se concentrarem e que possui seus centros como pontos de equilíbrio do sistema biestável. As seções de Poincaré nos dois primeiros valores iniciais de γ , se caracterizaram por um único ponto, entretanto, para $\gamma = 0,40$ foi possível observar uma nuvem de pontos, Figura 7-9 (a). Esse comportamento é característico de sistemas caóticos nos quais ocorre a não periodicidade e conseqüentemente os movimentos dos osciladores não são uniformes.

Na Figura 7-7, o caso 1NL2L mostrou um comportamento similar ao 1L2L, se apresentando periódico. Conforme o estímulo externo aumentava, verificava-se o aumento proporcional da amplitude de deslocamento.

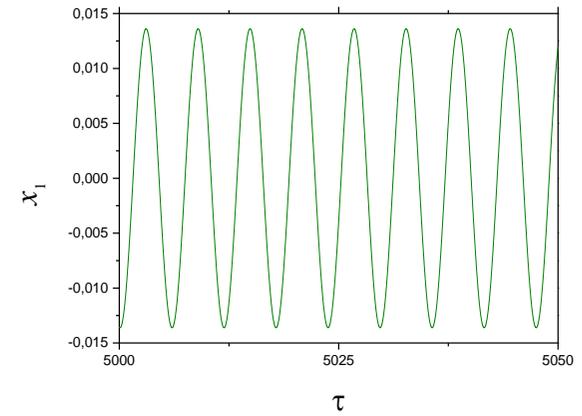
Em 1NL2NL, Figura 7-8, em $\gamma = 0,05$, o sistema oscilou em torno de um único ponto, porém, o espaço de fase começa a apresentar um formato não circular assim como visto em 1L2NL. Para $\gamma = 0,15$ o sistema apresentou atrator, oscilando em dois pontos de equilíbrio. Além disso, verificou-se uma resposta não-periódica em relação ao tempo. Para $\gamma = 0,40$ o sistema passou a oscilar em torno de três pontos, período 3, voltando a apresentar um comportamento periódico como também pode ser observado no espaço de fase que apresenta trajetórias mais circulares. Essa característica cíclica, de acordo com a literatura, pode se repetir em intervalos cada vez menores, evidenciando o caráter da dinâmica caótica. Na Figura 7-9 (b) é apresentado a seção de Poincaré para $\gamma = 0,15$ assim como ocorreu para 1L2NL também é evidenciado uma nuvem de pontos corroborando com a dinâmica não linear do sistema.



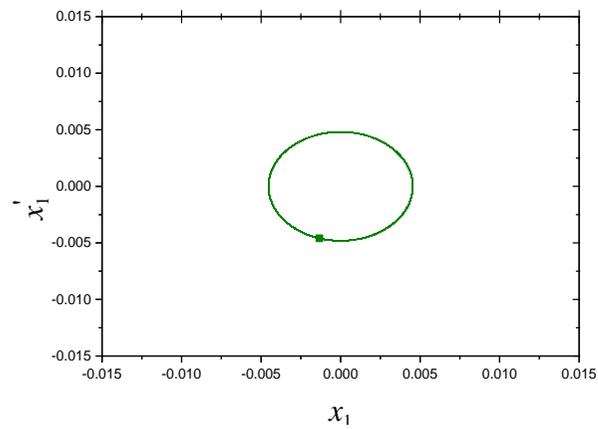
(a)



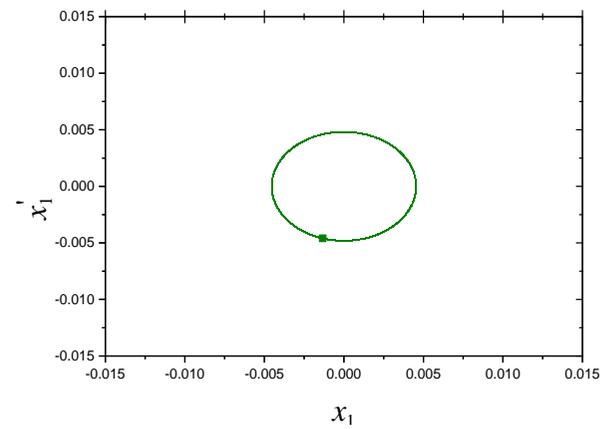
(b)



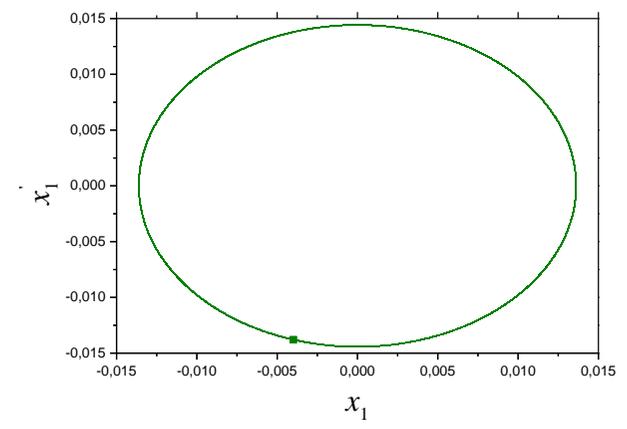
(c)



(a)

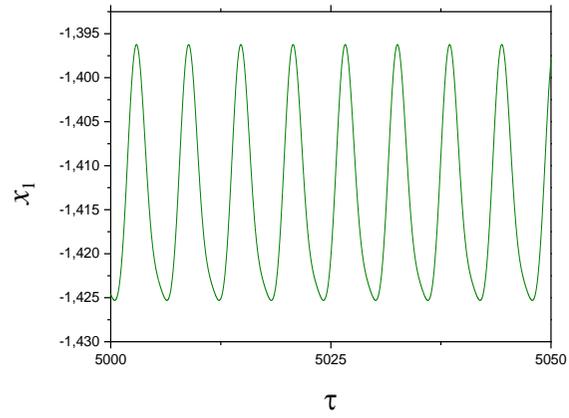


(b)

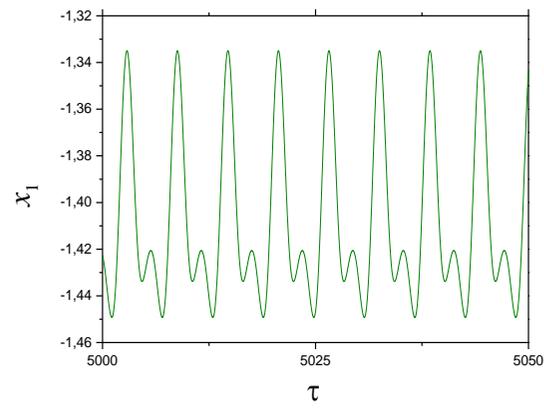


(c)

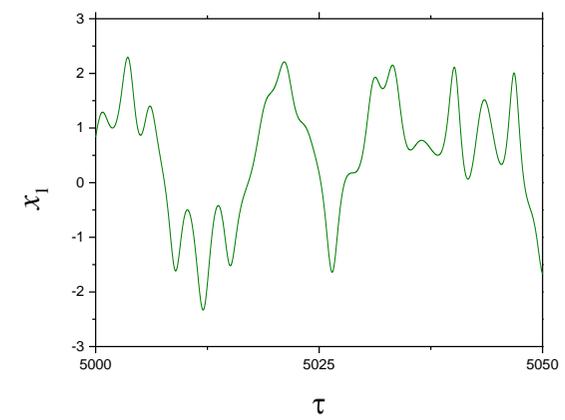
Figura 7-5 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a) 0,05, b) 0,15, c) 0,40 - 1L2L, Oscilador 1.



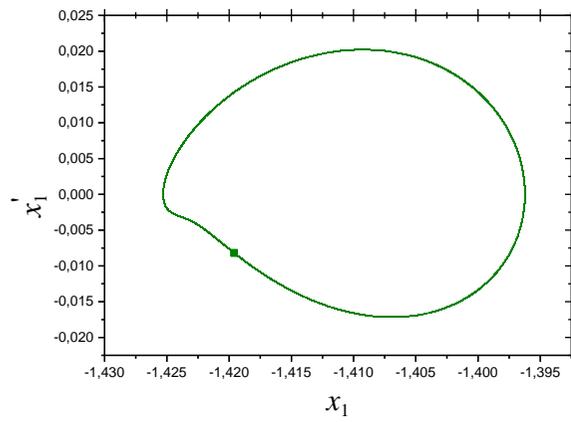
(a)



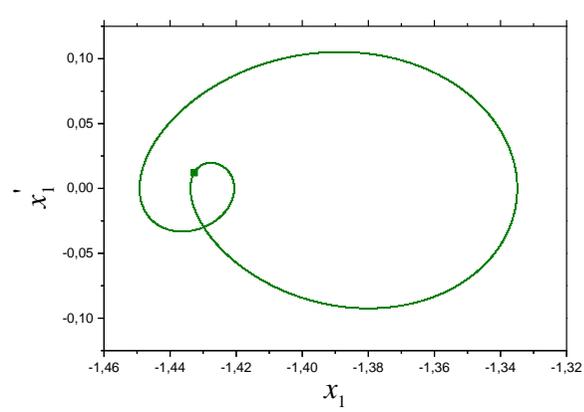
(b)



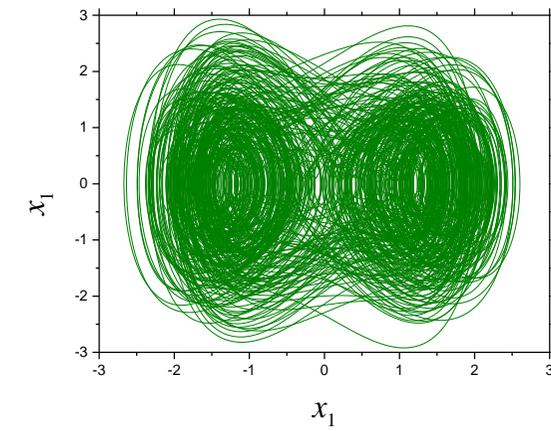
(c)



(a)

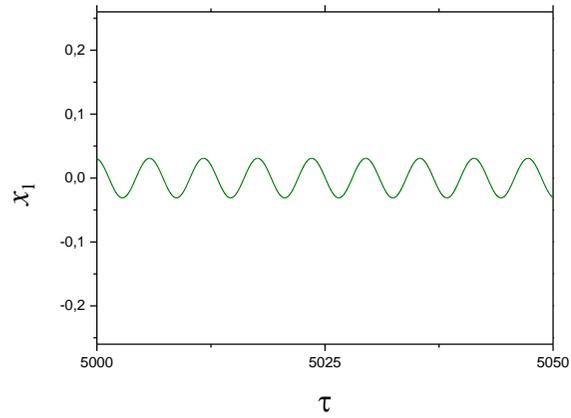


(b)

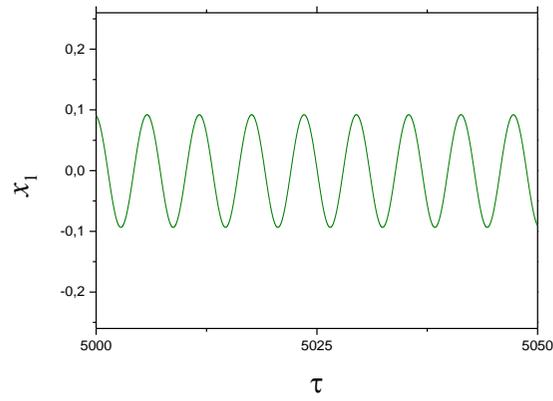


(c)

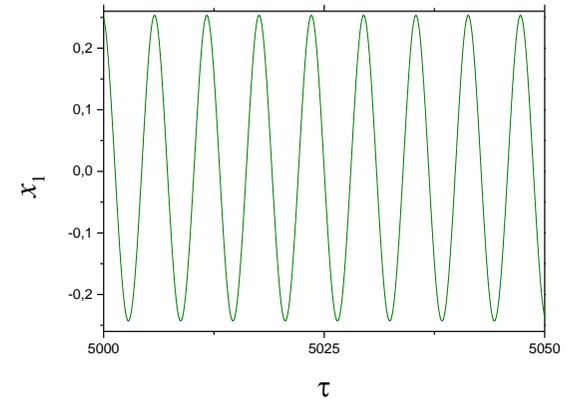
Figura 7-6 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a) 0,05, b) 0,15, c) 0,40 - 1L2NL, Oscilador 1.



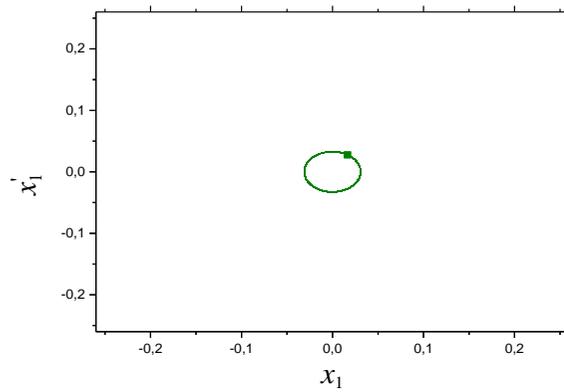
(a)



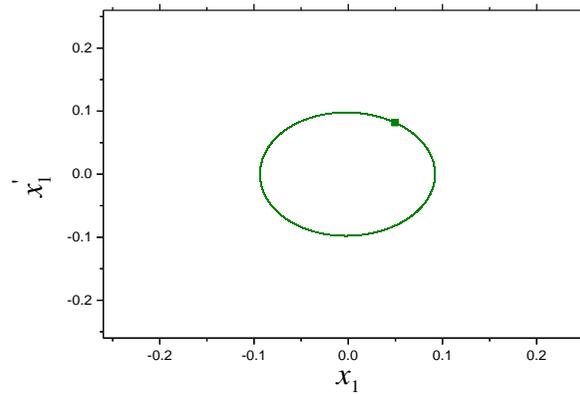
(b)



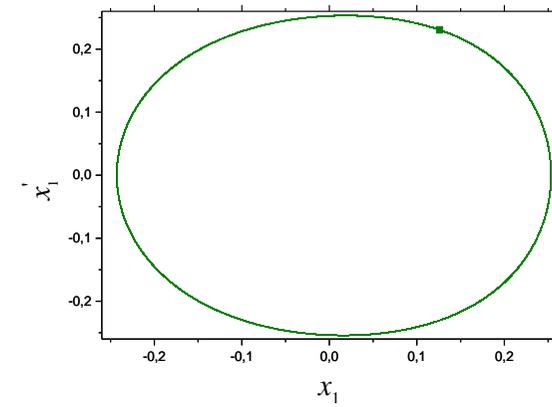
(c)



(a)

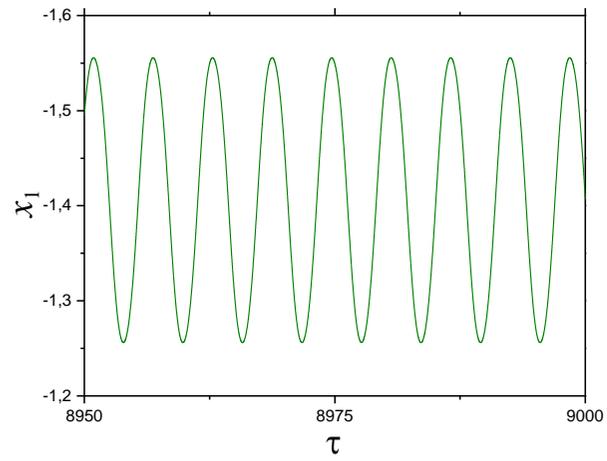


(b)

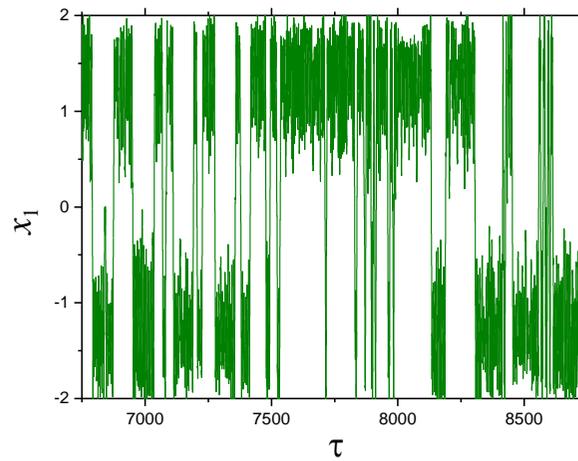


(c)

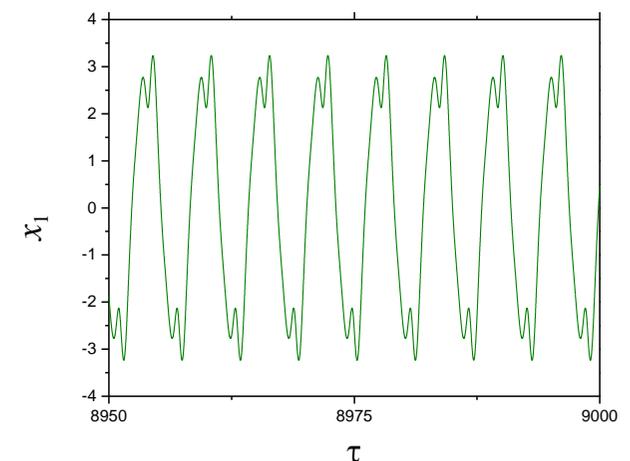
Figura 7-7 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a)0,05, b) 0,15, c) 0,40 – 1NL2L, Oscilador 1.



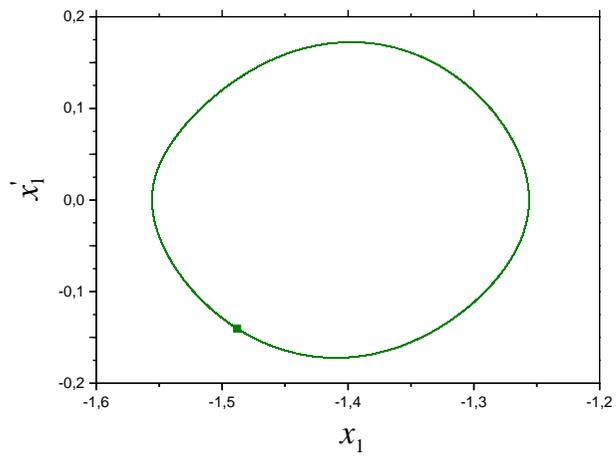
(a)



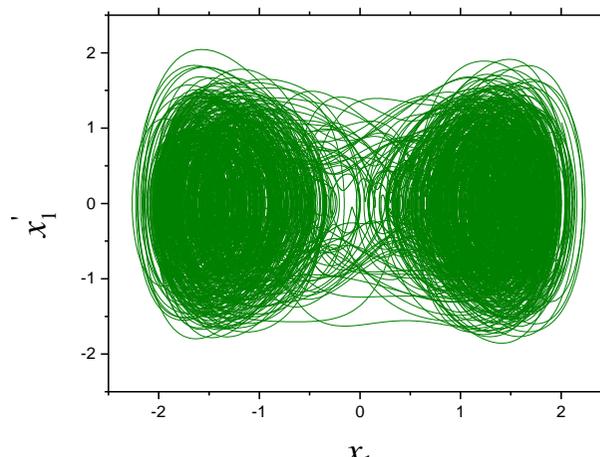
(b)



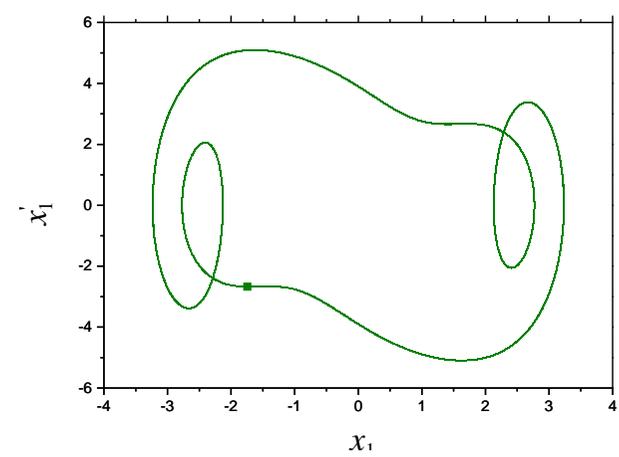
(c)



(a)



(b)



(c)

Figura 7-8 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a) 0,05, b) 0,15, c) 0,40 - 1NL2NL, Oscilador 1.

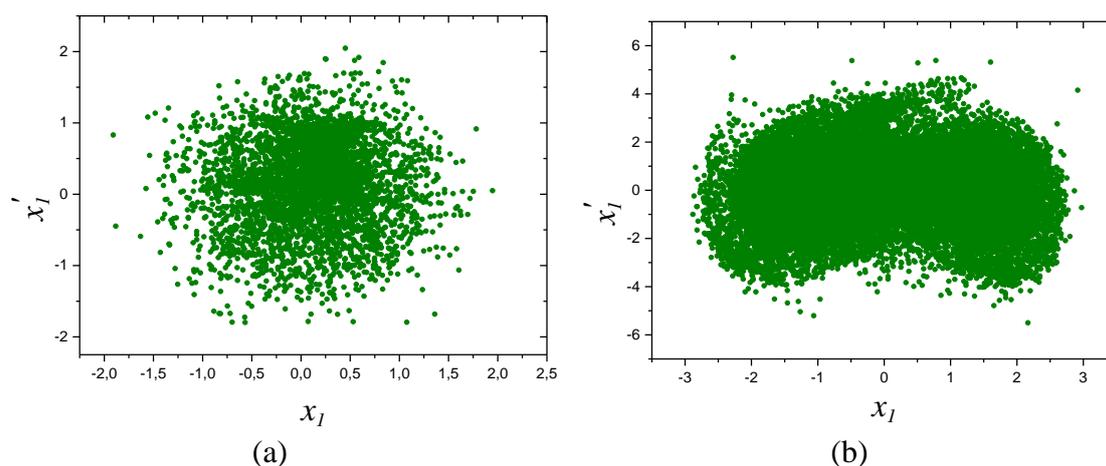


Figura 7-9 Seções de Poincaré para a) 1L2NL $\gamma=0,40$ b) 1NL2NL $\gamma=0,15$ - Oscilador 1.

Na Figura 7-10 e 7-12, casos 1L2L e 1NL2L, observou-se que o sistema teve o mesmo comportamento do que o analisado para o oscilador 1, em 1NL2L. O sistema continua a apresentar como resposta, o aumento da amplitude de deslocamento de maneira proporcional ao estímulo externo que lhe aplicado.

Em 1L2NL, Figura 7-11, para $\gamma = 0,05$ e $\gamma = 0,15$ o sistema apresentou comportamentos característicos de uma configuração linear. Em $\gamma = 0,40$, é possível notar o início da formação de um atrator e a presença da não periodicidade do deslocamento em relação ao tempo. A seção de Poincaré, Figura 7-13 (a), apresentou uma nuvem de pontos comportamento já esperado devido a presença do comportamento caótico observado no espaço de fase.

Vale ressaltar que o sistema biestável, oferece a cada frequência de excitação uma faixa de amplitude de vibrações em que o sistema oscila em torno de dois poços energéticos. Para essa configuração, caso fosse aumentado o valor da amplitude de forçamento, seria possível encontrar a formação do atrator visto, por exemplo na Figura 7-8 (b).

Em 1NL2NL, na Figura 7-13 (a), o sistema se apresentou periódico de período igual 1. Assim como ocorreu no oscilador 1, para $\gamma = 0,15$, o sistema obteve deslocamento caótico, apresentando poços energéticos em torno de três pontos de equilíbrio. Para $\gamma = 0,40$, o sistema também voltou a ter um comportamento periódico de período 3. Da mesma forma que, para os demais casos que apresentaram atratores a seção de Poincaré também apresentou nuvem de pontos, Figura 7-14 (b).

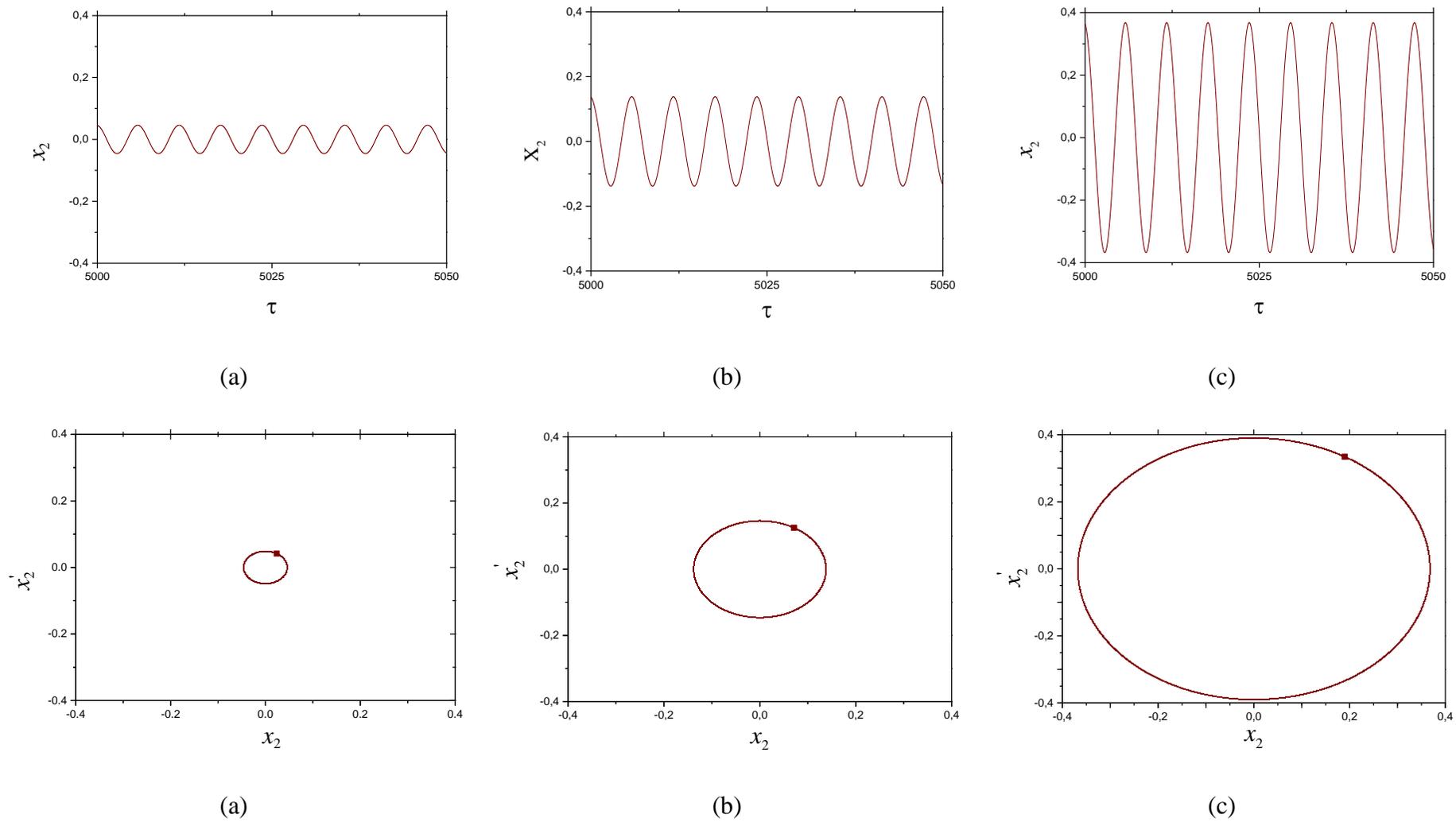
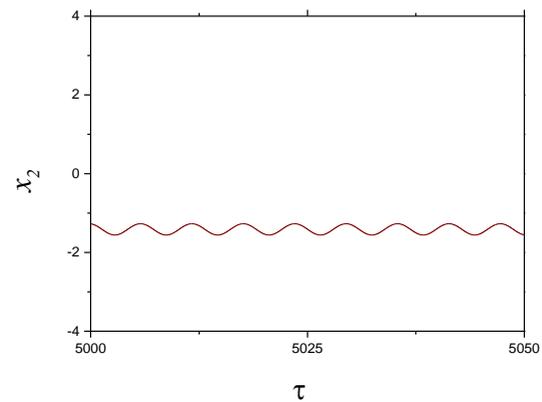
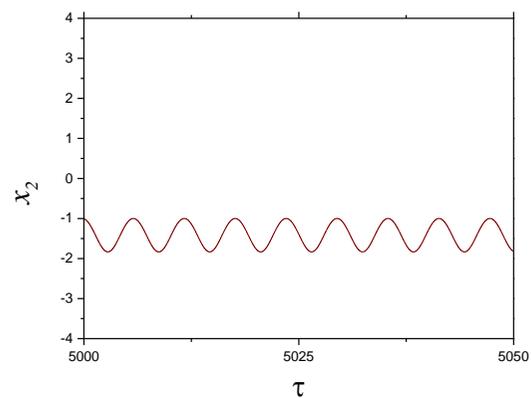


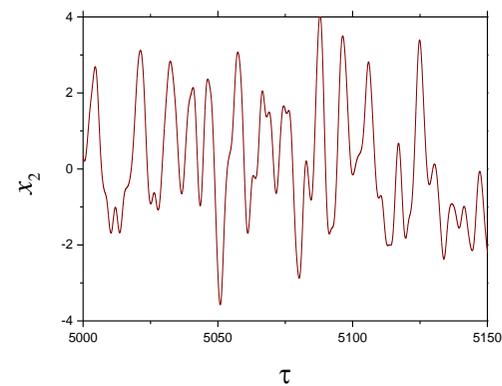
Figura 7-10 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a) 0,05, b) 0,15, c) 0,40 – 1L2L, Oscilador 2.



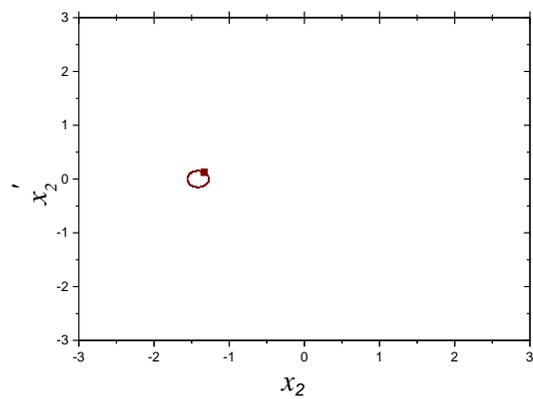
(a)



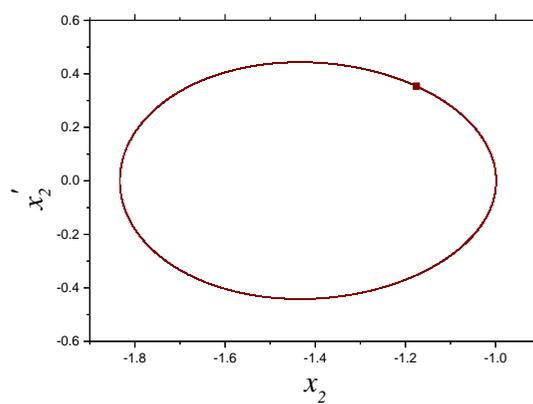
(b)



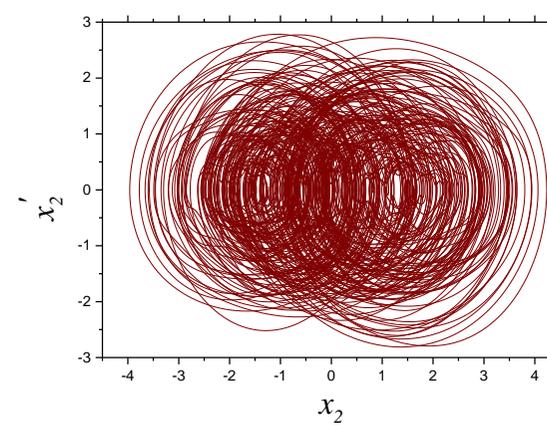
(c)



(a)

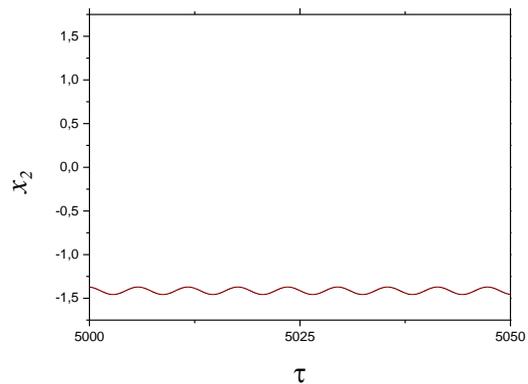


(b)

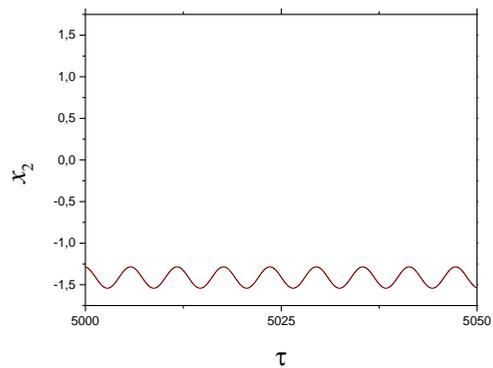


(c)

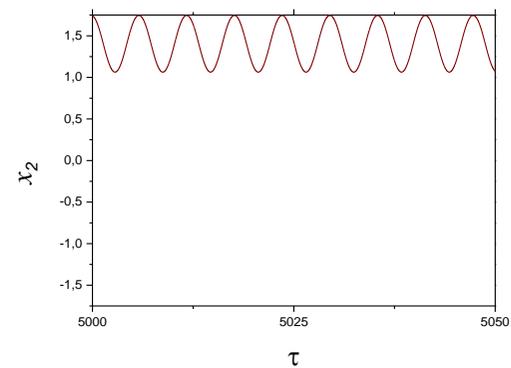
Figura 7-11 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a) 0,05, b) 0,15, c) 0,40 – 1L2NL, Oscilador 2.



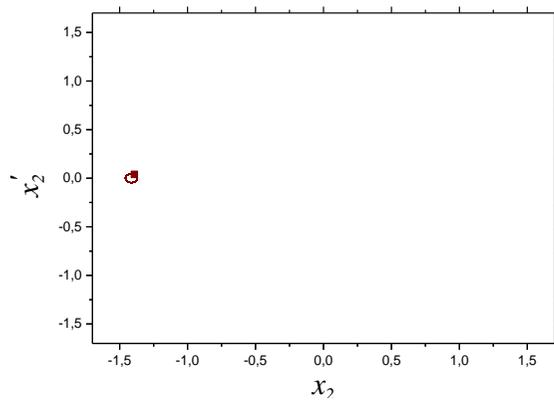
(a)



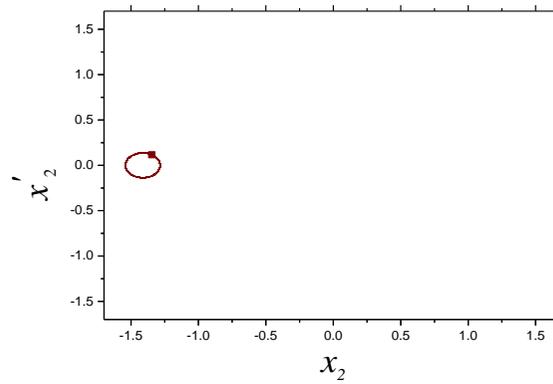
(b)



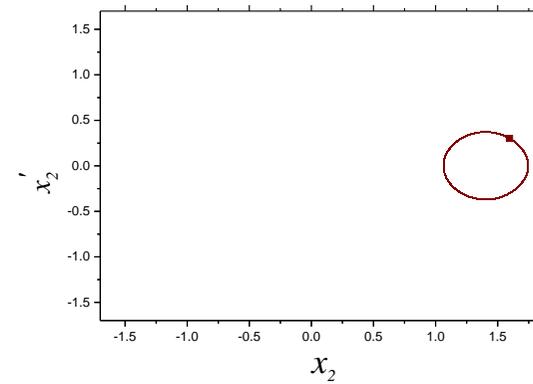
(c)



(a)

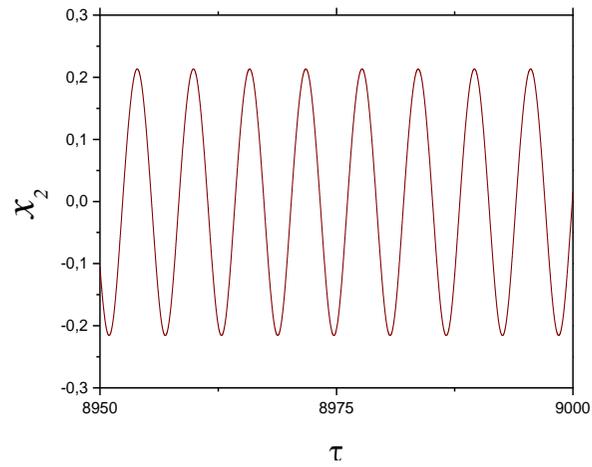


(b)

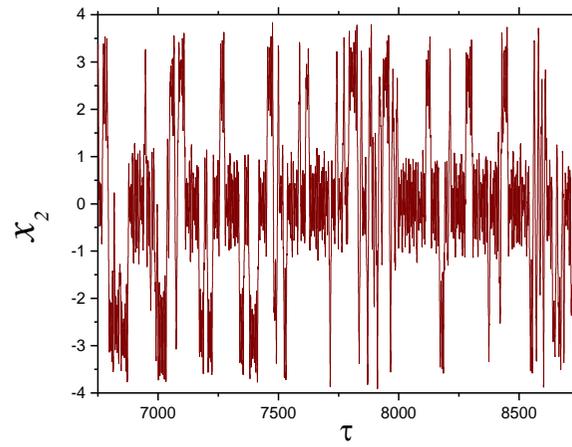


(c)

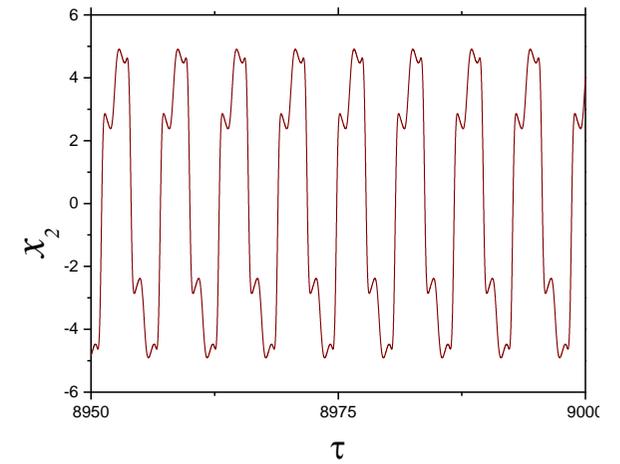
Figura 7-12 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a) 0,05, b) 0,15, c) 0,40 – 1NL2L, Oscilador 2



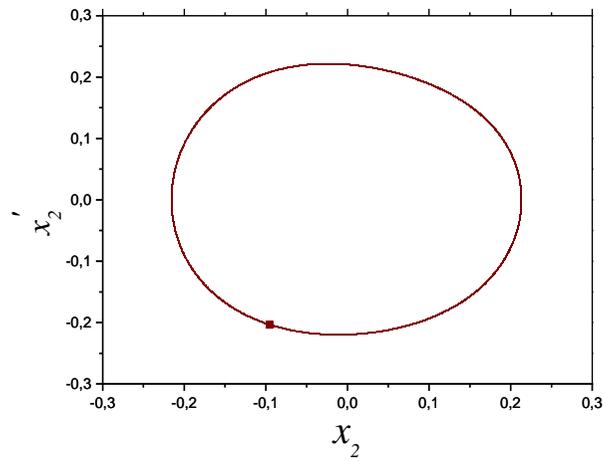
(a)



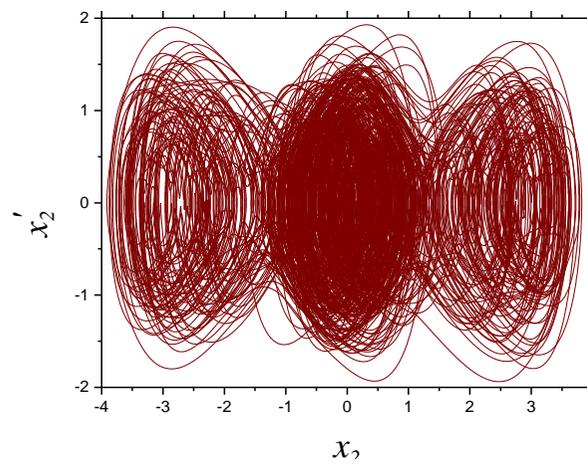
(b)



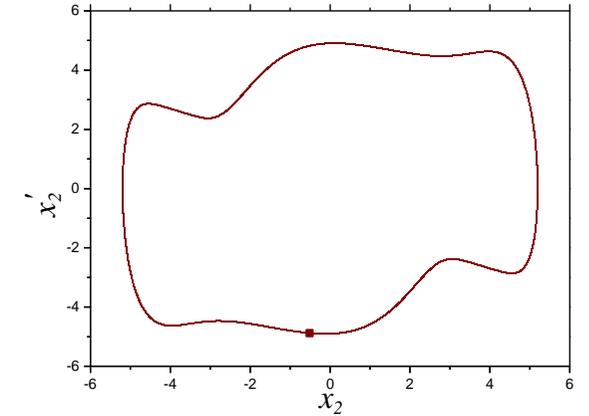
(c)



(a)



(b)



(c)

Figura 7-13 Deslocamento x τ , espaço de fase e seção de Poincaré para γ a) 0,05, b) 0,15, c) 0,40 – 1NL2NL, Oscilador 2.

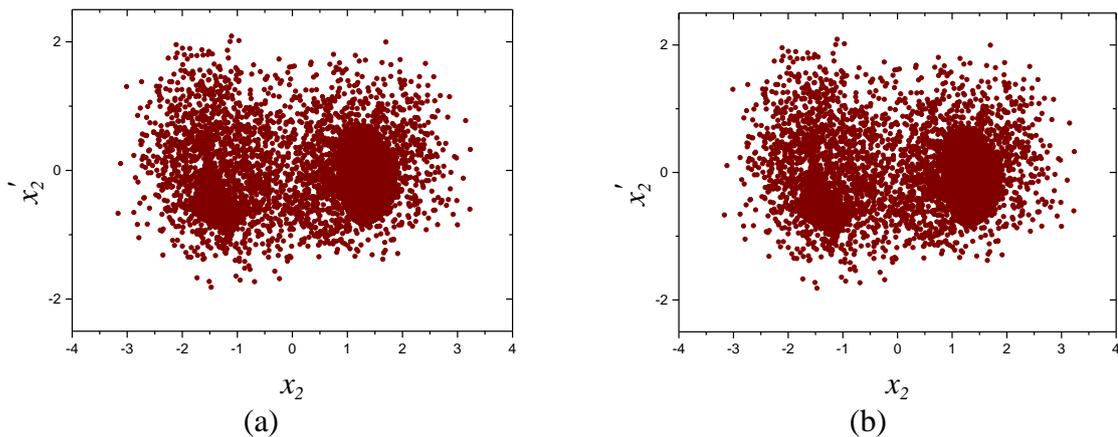


Figura 7-14 Seções de Poincaré para a) 1L2NL $\gamma = 0,40$ b) 1NL2NL $\gamma = 0,15$ - Oscilador 2.

Mediante ao exposto, pode-se afirmar que os osciladores de característica linear não sofreram alteração da configuração do espaço de fase quando impostos a diferentes excitações externas, apenas verificou-se um aumento das amplitudes de deslocamento dos mesmos, porém os valores alcançados foram menores quando comparados aos demais casos.

O caso 1NL2L, o qual permaneceu com comportamentos periódicos, obteve melhores respostas de potência que 1L2NL, ainda que o mesmo tenha apresentado comportamentos caóticos para $\gamma = 0,40$.

Ainda para 1L2NL, a faixa de γ apresentada foi suficiente para se obter trajetórias caóticas, sendo que o oscilador 1, mesmo não sendo aplicado a não linearidade, exibiu perturbações em suas trajetórias desde $\gamma = 0,05$, antes do oscilador 2, não linear. Os atratores de ambos osciladores foram formados para o mesmo valor de amplitude de deslocamento, indicando que mesmo em casos intermediários, pode-se alcançar configurações completamente não lineares.

Já a situação 1NL2NL apresentou maior deslocamento devido às trajetórias caóticas com os poços energéticos formados.

Capítulo 8

8. Conclusões

Tendo em vista o que foi apresentado é possível concluir que este trabalho expôs uma vasta comparação numérica da dinâmica linear e não linear do modelo arquétipo com dois graus de liberdade para diferentes arranjos piezomagnetoelásticos.

Para o caso totalmente linear é possível afirmar que os maiores valores alcançados de potência de saída só são observados nas frequências de ressonância, tornando esta configuração pouco eficaz para obtenção de energia.

Para a situação em que foi aplicada a não linearidade do tipo *Duffing* apenas no oscilador 1, 1NL2L, o sistema se manteve totalmente periódico para as excitações externas aplicadas e apresentou melhores respostas de potência para o oscilador 2 quando comparado aos outros casos. O que leva a concluir que o dispositivo gera mais energia nos momentos em que oscila periodicamente entre os dois pontos de equilíbrio.

Esse comportamento é o oposto ao que ocorre em 1L2NL, caso em que se aplica a não linearidade no segundo oscilador, ou seja, apesar de o sistema apresentar trajetórias caóticas, não obteve maiores potências que em 1NL2L.

O sistema totalmente piezomagnetoelástico mostrou comportamentos bastante propícios para elevados desempenhos na geração de energia, como por exemplo, os saltos dinâmicos e caos, e apresentou melhores respostas de potência de saída para o oscilador 1. Para ambos os osciladores, é possível notar o aumento na largura de banda de frequência em relação ao caso totalmente linear, o que representa uma vantagem na utilização dessa configuração.

Dessa maneira, os casos mais vantajosos para aplicação na geração de energia limpa com materiais piezoelétricos são o caso totalmente não linear e a situação em que o oscilador não linear se apresenta na posição mais próxima da base vibratória.

Para trabalhos futuros, recomenda-se explorar sistemas de geração de energia com o aumento do número de graus de liberdade e variação dos parâmetros da força *Duffing*. Ainda se recomenda o estudo experimental destes osciladores que podem ser obtidos com diferentes configurações de ímãs nas proximidades das vigas piezoelétricas. Ensaio com diferentes sinais

de excitação, harmônicos e não harmônicos, podem trazer informações importantes para otimização de futuros dispositivos.

Capítulo 9

9. Referências Bibliográficas

Aldraihem, O. e Baz, A. Energy Harvester with a Dynamic Magnifier on Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2011.

Cellular, A. C., Da Silva, L. L. e Savi, M. A. Numerical investigation of nonlinear mechanical and constitutive effects on piezoelectric vibration-based energy harvesting. *Technisches Messen*, Vol. 85, pp. 565-579, 2018

Curie, J. e Curie, C. Développement par compression de l'électricité polaire dans les cristaux hémihédres à faces inclinées *Bulletin de la Société minérologique de France*, Vol 3, pp. 90 – 93, 1880.

Curie, J. e Curie, C. Sur l'électricité polaire dans les cristaux hémihédres à faces inclinées" *Comptes rendus*, Vol. 91, pp. 383 – 386, 1880.

De Paula, S. A.; Inman, D. J. e Savi. M. A. Energy harvesting in a nonlinear piezomagnetoelastic beam subjected to random excitation, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 54-55, pp. 405-416, 2015.

De Marqui, C.; Erturk, A.; Inman, D.J. An electromechanical Finite Element Model Piezoelectric Energy Harvester Plates, *Journal of Sound and Vibration*, v. 327, p. 9-25, 2009.

De Marqui, Jr. C.; Erturk, A. Electroaeroelastic analysis of airfoil based wind energy harvesting using piezoelectric transduction and electromagnetic induction, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 24, p. 846-854, 2013.

Eichhorn, C.; Goldschmidtboeing F. e Woias, P. Bidirectional frequency tuning of a piezoelectric energy converter based on a cantilever beam. on *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 19, No 9, 2009.

Kim, I.; Jung, H., Lee, B.M., e Jang; S. Broadband energy-harvesting using a two degree-of-freedom vibrating body, *Applied Physics Letters*, 98 (21), 214102, 2011.

Kim, J. E. e Kim, Y. Y. Analysis of Piezoelectric Energy Harvesters of a Moderate Aspect Ratio with a Distributed Tip Mass. *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 133, 041010-1, 2011.

Lagoudas, D. Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications, Springer, (2008).

Leland, E. e Wright, P. Resonance tuning of piezoelectric vibration energy scavenging generators using compressive axial preload., on Smart Materials and Structures, Vol 15, No 5, 2006.

Lippmann, G. Principe de conservation de l'électricité. Ann. Chim. Phys. 24, (1881), 145-178.

Medeiros, E. Controle de Caos e Saltos entre Atratores em um Sistema com Impactos. USP, São Paulo, 2010.

Perlingeiro, A.; Pimenta, G. e Da Silva, S. Geração de energia através de materiais piezoelétricos, CEFET/RJ, Rio de Janeiro, 2016.

Priya, S. e Inman, D.J. Energy Harvesting Technologies, Springer, 2009.

Roundy, S. e Zhang, Y. Toward self-tuning adaptive vibration based micro-generators, 2005.

Savi, M. A. Dinâmica Não-Linear e Caos, E-papers, Rio de Janeiro, 2006.

Siqueira, I.; Lima, J.; Moraes, M.; Carvalho, V.; Valentim, V. e Morais, W. Materiais piezoelétricos: Uma Análise de Seu Potencial como *Energy Harvesting*. Contribuição técnica ao 18º ENEMET - Encontro Nacional de Estudantes de Engenharia Metalúrgica, de Materiais e de Minas, parte integrante da ABM Week, 2018. realizada de 02 a 04 de outubro de 2018, São Paulo, SP, Brasil

Tang, L. e Yang, Y. Toward Broadband Vibration-based Energy Harvesting, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 21 (18), pp. 1867-1897, 2010.

Umeda, M.; Nakamura, K. e Ueha S. Energy Storage Characteristics of a piezo-Generator using Impact Induced Vibration, Japanese Journal of Applied Physics, Vol. 36, Part 1, No 5B, 1997.

Umeda, M.; Nakamura, K. Nakamura e S. Ueha, S. , The Measurement of High-Power Characteristics for a Piezoelectric Transducer Based on the Electrical Transient Response, Japanese Journal of Applied Physics, Vol. 37, Part 1, No 9B, 1998.

Wang, H. e Lihua, T. Modeling and experiment of bitable two-degree-of-freedom energy harvester with magnetic coupling on *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 86, pp. 29-39, 2017.

Wang, H. e Tang, L. Modeling and experiment of bistable two-degree-of-freedom energy harvester with magnetic coupling., *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 86, pp. 29-39, 2017.

Williams, C. B. e Yates, R. B. Analysis of a micro-electric generator for microsystems, *Sensors and Actuators A*, Vol.52, pp. 8-11, ISSN 0924-4247, 1996.

Wu, H.; Tang L, Yang, Y. Soh, C. K. A Novel Two-degrees-of-freedom piezoelectric energy harvester, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 24 (3), pp. 357-368, 2012.

Wu, H.; Tang, L.; Yang, G; Y. e Soh, C.K. A Novel Two-degrees-of-freedom piezoelectric energy harvester. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2012.

Xu, J. e J. Tang, J. Multi-directional energy harvesting by piezoelectric cantilever-pendulum with internal resonance, *Applied Physics Letters*, 107, 213902, 2015.

Zhou, W.; Penamalli, G. e Zuo, L. An efficient vibration energy harvester with a multi-mode dynamic magnifier on *Smart Materials and Structures*, Vol 21, No 1, 2011.

Zhou, Z.; Qin, W. e Zhu, P. A broadband quad-stable energy harvester and its advantages over bi-stable harvester: Simulation and experiment verification on *Mechanical Systems and Signal Processing*, 84:158-168; 2017.

Zhou, Z.; Qin, W. e Zhu, P. Improve efficiency of harvesting random energy by snap-through in a quad-stable harvester, Vol. 243, pp 151-158, 2016.